COMENTAMOS COISAS

QUE

NÃO EXISTEM

NO

SISTEMA FRANCÊS DE AMORTIZAÇÃO

O objetivo é distinguir o MONTANTE DA MODALIDADE TRÊS e esta da MODALIDADE QUATRO DE PAGAMENTOS (AMORTIZAÇÕES) em Parcelas, Iguais, Mensais e Sucessivas

*** Pedro Schubert**

Rio, 28 de abril de 2020

* Administrador, Autor, Professor FGV-Rio, Perito Judicial TJ-RJ e Varas Federais, Contador. Membro da Comissão Especial de Perícia Judicial, Extrajudicial e Administração Judicial – CEPAJ – do Conselho Federal de Administração – CFA.

Obs.: ▪ **Tomamos para exemplo o exercício do QUADRO 1 do artigo " Tabela Price Sem Anatocismo Para Magistrados e Advogados " do I. Autor Abelardo Lima Puccini.**

▪ **Com a DECISÃO da Turma Especial do Superior Tribunal de Justiça – STJ – pelo REsp nº 951.894–DF de 06.02.2019, os contraditórios enumerados no REsp nº 1.124.552-RS do STJ de 03.12.2014 destacados a seguir, foram transferidos para o 1º Grau e a responsabilidade é do Perito Judicial, de esclarecer o funcionamento do Sistema Francês de Amortização (erroneamente denominado Tabela Price), como sempre deveria ter sido feito nos Laudos Periciais e de não mais transferir, para o Poder Judiciário, esta matéria de fundamentação matemática, bem como de quaisquer outras matérias técnicas.**

" Não cabe ao STJ, todavia, aferir se há capitalização de juros com a utilização da Tabela Price ...".

" ... a possível capitalização de juros na utilização da Tabela Price ***é matéria de fato e não de direito*** **".**

" Tabela Price constitui questão de fato, a ser solucionado a partir da interpretação das cláusulas contratuais e/ou provas documentais e periciais ".

Comentamos : Peço vênia ; a questão está nas regras da matemática financeira e antes da assinatura do contrato. A prova documental é a comprovação do funcionamento do Sistema Francês de Amortização (erroneamente denominado Tabela Price).

Í N D I C E

I- Regras do Artigo 354 do Código Civil de 2004

II- A Matemática Financeira Ensina

III- Analisamos Esta Tabela Price " Tradicional "

IV- Destacamos, a seguir, Parte do Texto Referente ao QUADRO 2

V- Aplicando As Leis da Matemática

VI- As Operações com Juros Compostos

VII- Analisamos por que o Autor Afirma

VIII- A Relação Entre as MODALIDADES UM e QUATRO

IX- Fazendo um Adendo

I- REGRAS DO ARTIGO 354 DO CÓDIGO CIVIL DE 2004

CÓDIGO CIVIL

Parte Especial – LIVRO 1 – Do Direito das Obrigações

Título III

Do Adimplemento e Extinção das Obrigações

Capítulo IV

De Imputação do Pagamento

Art. 354. Havendo capital e juros, o pagamento imputar-se-á primeiro nos juros vencidos e depois no capital, salvo estipulação em contrário, ou se o credor passar a quitação por conta do capital.

Comentamos : Não consta que esta regra deste Artigo 354 comanda os recebimentos das prestações do Sistema Francês de Amortização.

O cálculo do valor da prestação é matemático e em cada prestação tem, inerente, certo valor de juros, de acordo com os seus prazos de pagamentos.

O Credor recebe o valor de cada prestação e, internamente, na sua contabilidade, deve calcular o valor do juro, mediante o cálculo :

$$\textbf{pmt} \ . \ \textbf{i} \ . \ \frac{(1+i)^{n}-1}{i\,(1+i)^{n}}$$

O Prestamista paga o valor da prestação que é sempre o mesmo valor.

Havendo inadimplências, o valor da prestação torna-se capital e, sobre o seu valor vencido, incidem o juro de mora ou compensatório e a multa.

Não existe (e não precisa), na ação de cobrança de cada prestação, no Sistema Francês de Amortização, do financiado pagar, em separado : principal e juros, como é apresentado no Plano de Amortização detalhado por prestação :

nº de Prestação	Valor da Prestação	Valor da Amortização	Valor do Juro	Saldo Devedor

Esta regra é plausível e é o comando deste artigo nas inadimplências e, sobre os valores em atraso – C – incidem C . i . t – pelos períodos t' s de atrasos, calculando o valor do juros do período e apresentando o valor do débito – C – e o valor do juro – C . i . t – em separados. Nestes casos, a preferência é o pagamento do valor do juro, parcial ou total ; depois paga-se o valor da dívida.

II- A MATEMÁTICA FINANCEIRA ENSINA :

Juro Simples – Desconto Simples ou Bancário – C . i . t

Prazos menores de 1 ano

Juro Composto – Desconto Composto – C . i . $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$

Prazos de 1 a n meses

360 m – 30 anos ou mais

e em QUATRO MODALIDADES :

- **Modalidade UM**

  Sistema Alemão - PV = FV . $\frac{1}{(1+i)^n}$ - Tábua IV

  Desconto Composto - C . i . $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$

- **Modalidade DOIS**

  Sistema Americano - Em Desuso

- **Modalidade TRÊS**

  Sistema Price - $(1 + i)^n$ - Tábua I - Juro Composto – MONTANTE

- **Modalidade QUATRO**

  Δ Desconto Composto - C . i . $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ - Tábua V

  Δ Sistema Francês de Amortização - Parcelas Iguais - $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ - Tábua III

  e o

  Δ Método Hamburguês - Parcelas Decrescentes ou SAC

Importante :

O exemplo numérico apresentado pelo I. Autor :

No Quadro 1 – refere-se à Modalidade QUATRO

No Quadro 2 – refere-se à Modalidade TRÊS

Na Modalidade TRÊS – toma-se 4 empréstimos distintos, na DATA ZERO, podendo ser iguais, com vencimentos em 30, 60, 90 e 120 dias – Juro Composto – como neste exemplo.

Na Modalidade QUATRO – toma-se um empréstimo e paga em 4 parcelas iguais em 30, 60, 90 e 120 dias – Desconto Composto.

III- ANALISAMOS ESTA TABELA PRICE " TRADICIONAL " [1]

Na nossa análise consideramos este QUADRO 1 do I. Autor, perfeito e acabado.

Quadro 1 - Tabela Price "Tradicional" - Juros Compostos - Sem Anatocismo					
		Pagamentos no Final do Mês			
Mês	Juros Devidos (A)	Prestação (B)	Juros (C) = (A)	Amortização (D)=(B)-(C)	Saldo Devedor de Principal (E)
0					100.000,00
1	10.000,00	31.547,08	10.000,00	21.547,08	78.452,92
2	7.845,29	31.547,08	7.845,29	23.701,79	54.751,13
3	5.475,11	31.547,08	5.475,11	26.071,97	28.679,16
4	2.867,92	31.547,08	2.867,92	28.679,16	0,00
		Soma		100.000,00	

Com a exclusão da Coluna A este é o PLANO DE AMORTIZAÇÃO da Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas mensais, iguais e sucessivas e conhecida como Sistema Francês de Amortização.

Utilizando o clássico gráfico do Fluxo de Caixa do Manual da HP12-C, conhecido como **Gráfico do Fluxo de Caixa**, temos este exercício assim detalhado :

Detalhamento do QUADRO 1 – Tabela Price " Tradicional "

UN. : R$ 1,00

	0		1		2		3		4
Σ das prestações = (3 = 1 + 2)	**126.188,32**	=	31.547,08	+	31.547,08	+	31.547,08	+	31.547,08
Σ do Empr. – PV =	**100.000,00**	=	$\frac{28.679,16}{31.547,08}$	+	$\frac{26.071,97}{31.547,08}$	+	$\frac{23.701,79}{31.547,08}$	+	$\frac{21.547,08}{31.547,08}$
PV = FV . $\frac{1}{(1+i)^n}$ (1)			0,909090		0,82645		0,75131		0,6830
Σ dos juros = $D = C \cdot i \cdot \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}\right)$ (2)	**26.188,32**	=	2.867,92	+	5.475,11	+	7.845,29	+	10.000,00

$31.547{,}08 \cdot 0{,}10 \cdot \frac{(1{,}10) - 1}{0{,}10\,(1{,}10)}$

4ª prestação

$31.547{,}08 \cdot 0{,}10 \cdot \frac{(1{,}10)^2 - 1}{0{,}10\,(1{,}10)^2}$

3ª prestação

$31.547{,}08 \cdot 0{,}10 \cdot \frac{(1{,}10)^3 - 1}{0{,}10\,(1{,}10)^3}$

2ª prestação

$31.547{,}08 \cdot 0{,}10 \cdot \frac{(1{,}10)^4 - 1}{0{,}10\,(1{,}10)^4}$

1ª prestação

Saldos Devedores no início do período	**0,00**	=	28.679,10	54.751,13	78.452,92	100.000,00

Importantíssimo : O Tempo 4 é a primeira prestação a ser paga. É da regra. Ver o mês 1 como está mostrado no QUADRO 1 que, pelos seus valores, é a 1ª prestação.

[1] **Do Artigo : Tabela Price Sem Anatocismo para Magistrados e Advogados.**
Ver este artigo neste site na TRILHA : Sistema Francês de Amortização / este artigo

IV- DESTACAMOS, A SEGUIR, PARTE DO TEXTO REFERENTE AO QUADRO 2 DO ARTIGO – " TABELA PRICE SEM ANATOCISMO PARA MAGISTRADOS E ADVOGADOS " [2]

" O Quadro 2, a seguir, mostra os valores dessa Tabela Price "Distorcida", utilizada na liquidação de um financiamento com os mesmos dados do exemplo anterior - Quadro 1. No exemplo a seguir, a prestação mensal, também obtida pela HP-12C, tem o valor de R$31.547,08.

Quadro 2 - Tabela Price "Distorcida" a Juros Compostos com Suposto Anatocismo

Mês (n)	Fator Desc. Composto $1/(1+i)^n$ (A)	Juros Devidos (B)	Pagamentos no Final do Mês: Prestação (PMT) (C)	Pagamentos no Final do Mês: Amortização VP de PMT (D)=(C) x (A)	Pagamentos no Final do Mês: Juros Pagos (E)=(C)-(D)	Juros Não Pagos (F)=(B)-(E)	Saldo Devedor Principal (+) Juros (G)
0							100.000,00
1	0,90909	10.000,00	31.547,08	28.679,16	2.867,92	7.132,08	78.452,92
2	0,82645		31.547,08	26.071,97	5.475,11		54.751,13
3	0,75131		31.547,08	23.701,79	7.845,29		28.679,16
4	0,68301		31.547,08	21.547,08	10.000,00		0,00
		Soma		100.000,00			

É de se destacar no Quadro 2 - Tabela Price "Distorcida":

- a amortização do 1º mês (R$28.679,16) é o valor presente da 1ª prestação de R$31.547,08 e, os juros pagos no 1º mês (R$2.867,08) são iguais à diferença entre a prestação e a respectiva amortização, o que demonstra que os pagamentos das amortizações têm prioridade sobre os pagamentos dos juros, diferente do que determina o art. 354 do CC;
- os juros devidos no 1º mês são, indubitavelmente, iguais a R$100.000,00 x 10% = R$10.000,00. No entanto, os juros efetivamente pagos no final desse período têm o valor igual a R$2.867,08, restando, portanto, R$7.132,08 de juros vencidos e não pagos, que são capitalizados – gerando o anatocismo - e passam a fazer parte do saldo devedor de R$78.452,92.
- as prestações - que têm o mesmo valor nos Quadros 1 e 2 - são subdivididas de forma diferente nas suas parcelas de amortização e juros
- os saldos devedores dos Quadros 1 e 2 também têm o mesmo valor, no entanto, no quadro 1, o saldo devedor é formado exclusivamente pelo principal e, no Quadro 2, o saldo é formado tanto pelo principal e por juros vencidos.
- os juros crescem e as amortizações decrescem ao longo do prazo do financiamento, estabelecendo uma lei de formação inversa à da Tabela Price "Tradicional" .

Todo e qualquer sistema de amortização de contrato de financiamento é composto de um *único principal*, *indivisível* e, de um conjunto de prestações que devem ser solidárias e comprometidas com a liquidação do contrato. As garantias contratuais são apresentadas para cobrir o risco de um *único principal* liberado no financiamento.

[2] **Abelardo de Lima Puccini**
Professor de Matemática Financeira e Análise de Investimentos
Autor

Sob a ótica da Tabela Price "Distorcida", na medida em que o valor do principal foi subdividido criando multi financiamentos[3], cada prestação liquida a parte do principal a ela atribuída e também os respectivos juros devidos desde o início até a data de pagamento da respectiva prestação. Assim, por essa dinâmica, a 1ª. prestação paga apenas os juros que cabem a ela, apesar do seu montante ser suficiente para liquidar os juros das prestações subsequentes, que acabam sendo capitalizados por falta de pagamento, descumprindo a lei.

Não à toa, o art. 354 do CC determina a priorização do pagamento dos juros com o objetivo de impedir sistemáticas como a da Tabela Price "Distorcida" que instalam o anatocismo. E, dito isso e, entendemos que: considerar as prestações do financiamento como a soma de vários financiamentos independentes é uma mera construção teórica que não faz sentido financeiro e que não atende dispositivos legais."

Neste QUADRO 2 que o I. Autor denomina de Tabela Price " Distorcida ", mostra que, ao pagar a 1ª prestação, deveria ter sido pago o valor de R$ 10.000,00 de juros. Entretanto, o valor do juro pago, nesta 1ª prestação, conforme o I. Autor, foi de R$ 2.867,92, restando um saldo não pago dos juros, de R$ 7.132,08 que fica como Saldo Devedor, acrescido ao Saldo Devedor do Contrato e gerando Juros Compostos.

Diz o I. Autor que, ao pagar a 1ª prestação – Ver o seu QUADRO 2 – só paga R$ 2.867,92 de juros, quando o certo seria R$ 10.000,00 e, portanto, fica um saldo devedor de (10.000,00 – 2.867,92) R$ 7.132,08.

Onde está a Distorção ?

A Tabela Price " Distorcida " – QUADRO 2 do I. Autor –, está sub-dividida, criando multi empréstimos.

Assim, por esta dinâmica, a 1ª prestação paga apenas o juro que cabe a ela, apesar do seu Montante (o valor da prestação) ser suficiente para liquidar os juros das prestações subsequentes que acabam sendo capitalizados por falta de pagamento, descumprindo a Lei.

A distorção é de raciocínio : a 1ª prestação, ao examinar o Plano de Amortização do Sistema Francês de Amortização, é a prestação do Tempo 4 do gráfico do Fluxo de Caixa, em vez do Tempo 1, como analisa o I. Autor.

Pela exposição do QUADRO 2, o I. Autor considera que tomou 4 empréstimos defasados de 30 dias, a partir da data 0, com vencimentos em 30, 60, 90 e 120 dias e deste modo :

Obs.: Neste caso o exemplo do I. Autor é a MODALIDADE TRÊS

[3] **Nestas condições estes empréstimos estão catalogados na Modalidade TRÊS**

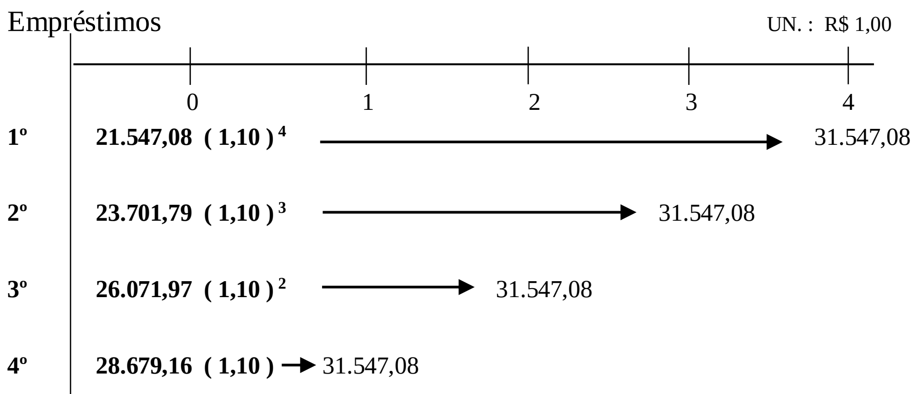
MODALIDADE TRÊS

Quadro 2 – Ajustado para o Plano de Amortização

Pagamentos		**Valores :**	**Valores :**	**Valores dos Juros na**		**Saldo Devedor**
MOD. 3	**MOD. 4**	**Dos Montantes – MOD. 3**	**Dos Empréstimos – MOD. 3**			
Emprés timos	**Presta ções**	**Das Prestações na Modalidade 4**	**Das Amortizações nas Prestações na Modalidade 4**	**MOD. 3**	**MOD. 4**	**MOD. 4**
-	-	-	-	-	-	100.000,00
1º ou 4º	1ª	31.547,08	21.547,08 $(1,10)^4$	10.000,00	10.000,00	78.452,92
2º ou 3º	2ª	31.547,08	23.701,79 $(1,10)^3$	7.845,29	7.845,29	54.751,13
3º ou 2º	3ª	31.547,08	26.071,97 $(1,10)^2$	5.475,11	5.475,11	28.679,16
4º ou 1º	4ª	31.547,08	28.679,16 (1,10)	2.867,92	2.867,92	-
	TOTAL	126.188,32	100.000,00	26.188,32	26.188,32	-

MODALIDADE TRÊS

Empréstimos na DATA 0 e Defasados por períodos financeiros ; no caso 30 dias



Obs: Pode ser o inverso

Esta é a Modalidade Três de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos. É JURO COMPOSTO.

No QUADRO 1 temos o Plano de Amortização da Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas mensais, iguais e sucessivas que é o **Sistema Francês de Amortização** que basea-se no fundamento da Matemática Financeira do DESCONTO COMPOSTO, onde a taxa de juro incide sobre o Saldo Devedor de cada período financeiro.

Sendo o Sistema Francês de Amortização, a 1ª prestação é a do Tempo 4.

Assim, não há Tabela Price “ Distorcida ”.

O que há é uma “ disfunção ” de enfoque na matéria.

Com base no Autor – Referência 1* – e acrescentando a Teoria de Reinvestimentos – Referência 5* – apresentamos as regras da Matemática Financeira e detalharemos as Quatro Modalidades de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos ensinadas pela Matemática Financeira.

V- APLICANDO AS LEIS DA MATEMÁTICA

Tomaremos o exemplo do I. Autor deste artigo

n = 4 ; i = 10,00% ; PV = 100.000,00 ; pmt = ? = 31.547,08

e, com ele, aplicaremos as seguintes Leis da Matemática Financeira :

Opera em DOIS CAMPOS :

- **JURO SIMPLES com Desconto Simples ou Bancário :**

A taxa de juro incide SOBRE O VALOR DA DÍVIDA sobre n períodos financeiros com pagamento antecipado do valor do juro e com recebimento do valor líquido na data da operação financeira e o pagamento do valor emprestado, no vencimento do contrato.

As operações são de curto prazo, até 12 meses de :

- Desconto de Duplicatas, com garantia de caução
- Empréstimos por 30 a 180 dias renováveis com garantia de Nota Promissória com aval

Valor do Juro : C . i . t

Custo Financeiro

– $C \cdot i \cdot t$ sendo t o ano e i em decimal / ano

– $\dfrac{C \cdot i \cdot t}{12}$ sendo t em meses e i em decimal / ano

– $\dfrac{C \cdot i \cdot t}{360}$ sendo t em dias e i em decimal / ano

Obs.: t e i podem ser ano

t e i podem ser meses ; ou i ano e $\dfrac{t}{12}$

t e i podem ser dias ; ou i ano e $\dfrac{t}{360}$

* Referência 1 e Referência 5

Ver neste site na TRILHA : Pericia Judicial / Contratos de Empréstimos e Financiamentos / Livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça / Referências Bibliográficas

Cálculo do Valor do Juro : **R$ 1,00**

100.000,00 . 0,10 . 4 = 40.000,00

Líquido Recebido : 100.000,00 – 40.000,00 = R$ 60.000,00

Aplicando a Teoria de Reinvestimentos : 40.000,00 . $\left[(1{,}10)^4 - 1 \right]$ 18.564,00

Total da Receita Financeira **58.564,00**

- **JURO COMPOSTO com Desconto Composto :**

  A taxa de juro do período financeiro incide SOBRE O SALDO DEVEDOR, período a período financeiro.

Desconto Composto

O cálculo do valor do juro pelo DESCONTO COMPOSTO provem da seguinte dedução : Ver a Referência 1. (já identificado)

$C_n = C_0 \, (1 + i)^n$: isto é Juro Composto

denominando : C_0 de A = Valor Atual e

C_n de C = Montante, temos :

$C = A \, . \, (1 + i)^n$ ou $A = C \, . \, \frac{1}{(1+i)^n}$

O Desconto Composto é D = C – A ; substituindo A, temos :

$D = C - C \, . \, \frac{1}{(1+i)^n}$ e deduzindo : $C \, . \, \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n}$

multiplicando os dois Termos por i , temos :

$\mathbf{D = C \, . \, i \, .} \, \frac{(1+i)^n - 1}{i \, (1+i)^n}$ **ou** $\mathbf{D = C \, . \, i \, . \, f}$

f (fator) Tábua V Desconto Composto

Cálculo do Valor do Desconto Composto – D ; aplicando o exemplo dado :

R$ 1,00

$D = 100.000{,}00 \, . \, 0{,}10 \, . \left(\frac{(1{,}10)^4 - 1}{0{,}10 \, (1{,}10)^4} = 3{,}169865 \right)$ = **31.698,65**

Obs.: Ver que o valor do Desconto Composto é menor em R$ 8.301,35 (40.000,00 – 31.698,65) em relação ao Desconto Simples ou Bancário.

VI- AS OPERAÇÕES COM JURO COMPOSTO DE 1 DIA A N MESES, 360 M, 30 ANOS OU MAIS E EM QUATRO MODALIDADES COMO SEGUE :

MODALIDADE UM – Desconto Composto – $\mathbf{\frac{1}{(1+i)^n}}$

Sistema Alemão – 1 Termo

A taxa de juro incide sobre o SALDO DEVEDOR, período a período financeiro, com pagamento antecipado do valor do juro, com recebimento do valor líquido na DATA ZERO e o pagamento do valor emprestado no vencimento do contrato e, geralmente à períodos menores de 12 meses.

Observar que esta MODALIDADE UM é igual em todos os itens com relação ao Desconto Bancário, com exceção da regra do cálculo do valor do juro.

Deste modo, pode-se comparar o custo financeiro entre o DESCONTO SIMPLES ou BANCÁRIO e o DESCONTO COMPOSTO, sendo o Desconto Simples sempre maior.

Aplicando o exemplo dado :

Cálculo do Valor Líquido Recebido :

$$FV = PV \cdot (1+i)^n \quad \therefore \quad PV = FV \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

FV → Valor solicitado do empréstimo

PV → Valor Líquido Recebido

$\frac{1}{(1+i)^n}$ → Tábua IV

R$ 1,00

$$PV = 100.000,00 \cdot \left(\frac{1}{(1,10)^4} = 0,68301346 \right) \qquad = \mathbf{68.301,346}$$

Cálculo do Valor do Juro (Desconto Composto) :

CUSTO FINANCEIRO

R$ 1,00

$$D = 100.000,00 \cdot 0,10 \cdot \left(\frac{(1,10)^4 - 1}{0,10\,(1,10)^4} = 3,169865 \right) \qquad = \mathbf{\underline{31.698,65}}\ [1]$$

100.000,00

Aplicando a Teoria de Reinvestimentos :

$$31.698,65 \ [\ (1,10)^4 - 1 = 0,464100\ ] \qquad = \mathbf{\underline{14.711,34}}\ [2]$$

Total da Receita Financeira **(1 + 2) = 46.410,00**

Comparações :

Podemos comparar as Despesas Financeiras e as Receitas Financeiras entre o Juro Simples com esta MODALIDADE UM, sendo sempre mais elevado o Custo Financeiro da operação com o Desconto Bancário :

		R$ 1,00	
Juro Simples :	Despesa Financeira :	40.000,00	→ Diferença : 8.301,35
	Receita Financeira :	58.564,00	
Juro Composto :	Despesa Financeira :	31.698,65	
	Receita Financeira :	46.410,00	→ Diferença : 12.154,00

Importante : Não prospera a afirmação de Autores que recomenda o Método de Gauss para calcular os valores dos juros das prestações pelo Juro Simples.

MODALIDADE DOIS – Sistema Americano – Em Desuso

O valor emprestado é pago na data do vencimento do contrato, juntamente com a última parcela do juro.

Os pagamentos dos juros são realizados a cada período financeiro estipulado no contrato mensal, etc, incidindo a Taxa de Juro do período, sobre o valor do contrato.

CUSTO FINANCEIRO

Cálculos e pagamentos dos valores dos juros, período a período financeiro :

100.000,00 . 0,10 = R$ 10.000,00 por 4 vezes

4 . 10.000,00 = R$ 40.000,00

Aplicando a Teoria de Reinvestimentos :

R$ 1,00

	Valores dos Juros
10.000,00 . $(1,10)^3$	13.310,00
10.000,00 . $(1,10)^2$	12.100,00
10.000,00 . (1,10)	11.000,00
10.000,00 . $(1,10)^0$	10.000,00
Total da Receita Financeira	**46.410,00**

Obs. : Aplicação clássica do artigo 354 da C.C.

MODALIDADE TRÊS – Sistema Price – Montante – Juro Composto – $(1+i)^n$ – Tábua I

O valor emprestado fica em poder do financiado durante a vigência do contrato e é pago, na data do vencimento, juntamente com o valor do juro acumulado do período [juro composto – anatocismo (juro do juro)].

O Sr. Richard Price, no seu estudo sobre a Dívida da Coroa Inglesa, utilizou esta Tábua Financeira que já existia na sua época (1771 – 1791) = $(1+i)^n$ – Tábua I dos nossos livros.

Valor a ser pago na data do vencimento do contrato :

100.000,00 . $(1,10)^4$ = R$ 146.410,00

CUSTO FINANCEIRO

R$ 1,00

100.000,00 . $[(1,10)^4 - 1]$ **= R$ 46.410,00**

Aplicando a Teoria de Reinvestimentos : Não ocorre

Total da Receita Financeira

100.000,00 . $[(1,10)^4 - 1]$ **= R$ 46.410,00**

PROFECIAS DO SR. RICHARD PRICE

Neste estudo, utilizando as Tábuas I - $(1+i)^n$ e II - $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$, o Sr. Richard Price, no século XVIII, fez a sua profecia sobre o Juro Composto que surgiu com o estudo de logaritmos no século anterior :

> **" One penny put out at our Saviour's birth to five per cent. compound interest, would, in the present year 1781, have increased to a greater sum than would be contained in TWO HUNDRED MILLIONS of earths, all solid gold. But, if put out to simple interest, it would, in the same time have amounted to no more than SEVEN SHILLINGS AND SIX-PENCE." $(1+i)^{1781}$**

" **Um centavo de libra emprestado na data de nascimento de nosso Salvador a um juro composto de cinco por cento teria, no presente ano de 1781, resultado em um montante maior do que o contido em DUZENTOS MILHÕES de Terras, todas de ouro maciço. Porém, caso ele tivesse sido emprestado a juros simples ele teria, no mesmo período, totalizado não mais do que SETE XELINS E SEIS CENTAVOS." (Os destaques são do original)**.

O Sr. Price deve ter ficado assustado quando estudou a DÍVIDA DA COROA INGLESA ao aplicar a fórmula $FV = PV (1 + i)^{n = 1781}$

→ Aqui fica a Usura

→ Empréstimos

→ Dívida

Obs.: 1- Esta profecia não tem nada a haver com a Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas mensais, etc, anuais, sucessivas e de DOIS MODOS :

- Sistema Francês de Amortização – Parcelas Iguais (erroneamente denominado Tabela Price)

  e o

- Método Hamburguês – Parcelas Decrescentes – conhecido como SAC – Sistema de Amortização Constante

2- Tem relação direta com TAXAS DE JUROS, levando à USURA – taxas exorbitantes de juros - que nem é mais proibida pelo artigo 1º do Decreto 22.626 de 07.04.1933 pois, de há muito tempo, foi derrogado.

Por existir o cálculo do Juro Composto é que foi possível criar as Tontines – 1670 na Holanda – hoje o Fundo de Pensão. Louvemos o Juro Composto.

MODALIDADE QUATRO – Valor Atual – Desconto Composto

Cálculo do Valor do Desconto Composto – D –, por prestação :

$$D = pmt \,.\, i \,.\, \frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n} \quad \text{por parcela} \qquad \frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n} \quad \text{– Tábua V}$$

O valor emprestado é pago em parcelas mensais, etc, anuais, sucessivas e de DOIS MODOS :

- **Sistema Francês de Amortização – Parcelas Iguais** $\frac{i\,.(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ – Tábua III

  e o

- Método Hamburguês – SAC – Parcelas Decrescentes e ambos fundamentam-se no Desconto Composto

Tomamos o exemplo dado pelo I. Autor :

QUADRO 1 – Plano de Amortização

Este Plano de Amortização foi motivo da TESE – FEAUSP – 1965 .

Ver esta TESE, neste site, na Trilha : Pericia Judicial 2 / Dissertações e Teses / Plano Básico de Amortização pelo Sistema Francês e Respectivo Fator de Conversão.

Conteúdo denso : o Autor desta TESE afirma que o Sr. Price estudou esta matéria e que a Tábua III contém Juro Composto.

Ver também este Plano Teórico de Amortização pelo Sistema Francês às fl's. 350 / 53, no Livro Referência 1. Autor falecido em 1961.

QUADRO 1

Prestação	Valores das Prestações	Valores das Amortizações	Valores dos Juros	Saldos Devedores
0	-	-	-	100.000,00
1ª	31.547,08	21.547,08012	10.000,00	78.452,92
2ª	31.547,08	23.701,7881	7.845,29	54.751,13
3ª	31.547,08	26.071,9669	5.475,11	28.679,16
4ª	31.547,08	28.679,1636	2.867,92	-
TOTAL	126.188,32	100.000,00	26.188,32 **(1)**	-

Despesa Financeira ⟶ (1)

Obs.: Este QUADRO 1 é o modo prático para a formação do Plano de Amortização, conforme o livro Referência 1 - fl's. 353 / 55, em Planilha Excel.

Aplicando a Teoria de Reinvestimentos

Prestação	Valores das Prestações		Valores dos Juros Reaplicados
1ª	31.547,08	$[(1{,}10)^{3} – 1]$	10.442,0835
2ª	31.547,08	$[(1{,}10)^{2} – 1]$	6.624,8868
3ª	31.547,08	$[(1{,}10)^{1} – 1]$	3.154,7080
4ª	31.547,08	$[(1{,}10)^{0} – 1]$	-
			20.221,6783 **(2)**
		Total da Receita Financeira (1 + 2)	**46.410,00**

RESUMO :

UN : R$ 1,00

	DESPESA FINANCEIRA	RECEITA FINANCEIRA
Juro Simples	40.000,00	58.564,00
Juro Composto		
MODALIDADE UM	31.698,65	46.410,00
MODALIDADE DOIS	40.000,00	46.410,00
MODALIDADE TRÊS	46.410,00	46.410,00
MODALIDADE QUATRO	26.188,32	46.410,00

Obs.: 1- A MODALIDADE DOIS calcula o valor do juro pela expressão – C . i . t – em cada período financeiro estabelecido no contrato

2- Introduzindo a Teoria de Reinvestimentos fica comprovada que, em termos de Receita Financeira :

2.1- O Desconto Simples é mais oneroso que o Desconto Composto (Modalidades UM e QUATRO) e, lógico, mais rendoso para o financiador (Agente Financeiro)

2.2- O DESCONTO SIMPLES é mais favorável aos Bancos (R$ 58.564,00) que o Juro Composto ; em cada uma das QUATRO MODALIDADES de Pagamentos (R$ 46.410,00)

VII- ANALISAMOS POR QUE O I. AUTOR AFIRMA QUE, AO PAGAR O 1º EMPRÉSTIMO, APURA O SALDO DEVEDOR DE JURO DE R$ 7.132,08 QUE FICA ACUMULADO AO SALDO DEVEDOR E GERANDO JURO DO JURO

- A Matemática Financeira ensina 4 Modalidades de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos e, para esclarecer este contraditório do Saldo Devedor do Juro de R$ 7.132,08, tomamos as MODALIDADES TRÊS e QUATRO que aqui já foram analisadas e que, em resumo :

MODALIDADE TRÊS :	Juro Composto
MODALIDADE QUATRO :	Desconto composto

O I. Autor oferece o exemplo:

n = 4 ; i = 10,00% ; PV = R$ 100.000,00 ; pmt = ? = R$ 31.547,08

e apresenta o seu QUADRO 2 já reproduzido aqui e utilizou o Diagrama do Fluxo de Caixa oferecido pelo Manual do Proprietário da HP 12C – ver Referência 7 [4] –, raciocina no âmbito de Montante – $FV = PV (1 + i)^n$ – e detalha cada empréstimo, no total de 4 :

		1º Pgto	2º Pgto	3º Pgto	4º Pgto
		30	60	90	120 dias
	0	1	2	3	4
Vl. Total dos Empréstimos =	126.188,32 =	31.547,08	31.547,08	31.547,08	31.547,08
Valores dos Empréstimos Tomados =	100.000,00 =	28.679,16	26.071,97	23.701,79	21.547,08
Vl. dos Juros por Empréstimo =	26.188,32 =	2.867,92	5.475,11	7.845,29	10.000,00

Esta é a Modalidade TRÊS de Pagamentos de Empréstimos e Financiamentos utilizando a Tábua I - $(1 + i)^n$.

Pagará o 1º empréstimo em 30 dias e o 4º em 120 dias ou seja :

1º Empréstimo – $FV = PV (1 + i) = 28.679,16 . (1,10) = 31.547,08$

2º Empréstimo – $FV = PV (1 + i)^2 = 26.071,97 . (1,10)^2 = 31.547,08$

3º Empréstimo – $FV = PV (1 + i)^3 = 23.701,79 . (1,10)^3 = 31.547,08$

4º Empréstimo – $FV = PV (1 + i)^4 = \underline{21.547,08} . (1,10)^4 = \underline{31.547,08}$

Tábua I → 100.000,00 126.188,32

Pelo detalhamento das QUATRO MODALIDADES de Pagamentos esta explanação do I. Autor, utilizando este gráfico do Fluxo de Caixa é a Modalidade TRÊS ou seja, utiliza o Juro Composto – MONTANTES.

Todos os empréstimos estão obtidos na DATA 0. Isto está perfeito e acabado.

4 Ver neste site na TRILHA : Pericia Judicial / Contratos de Empréstimos e Financiamentos / Livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça / Referências Bibliográficas

- O exemplo oferecido pelo I. Autor e detalhado no seu QUADRO 1 que ele denominou de " Tabela Price Tradicional ", calcula o valor da prestação de R$ 31.547,08 que a matemática financeira define que seja calculado pela expressão :

$$\text{pmt} = \text{PV} \cdot \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \;\therefore\; 100.000{,}00 \left(\frac{0{,}10 \cdot (1{,}10)^4}{(1{,}10)^4 - 1} = 0{,}3154708 \right) \quad = \mathbf{31.547{,}08}$$

Tábua III

Obs.: Este seu QUADRO 1 é o Sistema Francês de Amortização (erroneamente denominado de Tabela Price)

e cujo Plano de Amortização (Pagamento) é o seguinte :

Obs.: Taxa Proporcional

Plano de Amortização

Prestação	Valores das Prestações	Valores das Amortizações	Valores dos Juros	Saldos Devedores
0	-	-	-	100.000,00
1	31.547,08	21.547,08012	10.000,00	78.452,92
2	31.547,08	23.701,7655	7.845,29	54.751,13
3	31.547,08	26.071,9669	5.475,11	28.679,16
4	31.547,08	28.679,1636	2.867,92	-
TOTAL	126.188,32	100.000,00	26.188,32 **(1)**	-

é a MODALIDADE QUATRO de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas mensais, etc, anuais, sucessivas e de DOIS MODOS :

- **Sistema Francês de Amortização – Parcelas Iguais**
- **Método Hamburguês – Parcelas Decrescentes**

Aplicando a Teoria de Reinvestimentos

Prestação	Valores das Prestações		Valores dos Juros Reaplicados
1	31.547,08	$[(1{,}10)^3 - 1]$	10.442,0835
2	31.547,08	$[(1{,}10)^2 - 1]$	6.624,8868
3	31.547,08	$[(1{,}10)^1 - 1]$	3.154,7080
4	31.547,08	$[(1{,}10)^0 - 1]$	-
			20.221,6783 **(2)**
		Total da Receita Financeira (1 + 2)	**46.410,00**

O que está posto pelo I. Autor foi transportado para o seu QUADRO 2, aqui transcrito do seu original :

QUADRO 2

Tabela Price " Distorcida " e Juros Compostos com suposto Anatocismo

Mês nº	Fator de Desconto $\frac{1}{(1+i)^n}$ A	Juros Devidos B	Pagamentos no final do mês			Juros Não Pagos F = B - E	Saldo Devedor : Principal + Juros G
			Prestação pmt C	Amortização VP do pmt D = C x A	Juros Pagos E = C - D		
0	-	-	-	-	-	-	100.000,00
1	0,909090	10.000,00	31.547,08	28.679,16	2.867,92	7.132,08	78.452,92
2	0,82645		31.547,08	26.071,97	5.475,11		54.751,13
3	0,75131		31.547,08	23.701,79	7.845,29		28.679,16
4	0,68301		31.547,08	21.547,08	10.000,00		0,00
		SOMA	126.188,32	100.000,00	26.188,32		-

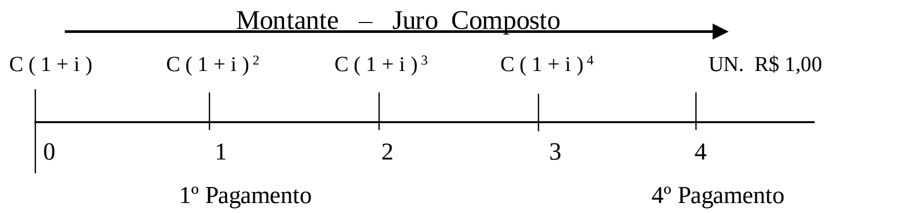
O I. Autor comparou a Modalidade Três elaborando este QUADRO 2 " Distorcido " com a Modalidade Quatro que é o seu QUADRO 1 que denomina de Tabela Price " Tradicional ". A conclusão é do I. Autor.

O seu QUADRO 1 é o Sistema Francês de Amortização e por isso que é Tradicional e não existe outro.

A NOSSA CONCLUSÃO :

- A matemática financeira, no campo do Juro Composto, ensina QUATRO MODALIDADES DE PAGAMENTOS (AMORTIZAÇÕES) DE EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS.
- Aplicando a Teoria de Reinvestimentos o Agente Financeiro sempre terá a mesma Receita Financeira nas QUATRO MODALIDADES.
- A MODALIDADE TRÊS opera com JURO COMPOSTO.
- A QUARTA MODALIDADE é o Sistema Francês de Amortização que opera com DESCONTO COMPOSTO.
- O Juro Composto que aplica o Desconto Composto é menos oneroso que o Juro Simples que opera com o Desconto Simples ou Bancário.

A inflexão do I. Autor está no seguinte raciocínio com a MODALIDADE TRÊS :



Quatro empréstimos distintos a partir da DATA 0 com Quatro Pagamentos Iguais

31.547,08 31.547,08 31.547,08 31.547,08

e compara com a MODALIDADE QUATRO

UN. R$ 1,00

Valor Atual ←

		0	1	2	3	4
			4º Pagamento			1º Pagamento
Prestação	=	126.188,32 =	31.547,08	31.547,08	31.547,08	31.547,08
Valor Atual = PV	=	100.000,00 =	28.679,16 +	26.071,97 +	23.701,79 +	21.547,08
			$\frac{31.547,08}{1,10}$	$\frac{31.547,08}{(1,10)^2}$	$\frac{31.547,08}{(1,10)^3}$	$\frac{31.547,08}{(1,10)^4}$
Valores dos Juros	=	26.188,32 =	2.867,916335	5.475,1131	7.845,29187	10.000,00
			$31.547 . 0,10 \left(\frac{(1,10) \; -1}{0,10 \; (1,10)} \right)$	31.547 . 0,10 . f	31.547 . 0,10 . f	31.547 . 0,10 . f

- **Assunto não abordado mas que Destacamos :**

Taxa Proporcional x Taxa Equivalente

Com fundamento no artigo 4º, na sua 1ª parte do Decreto nº 22.626 de 07.04.1933 que proíbe a capitalização de juros a períodos menores de 12 meses, esta proibição torna-se inócua ao definir no contrato que a TAXA DE JUROS ANUAL do contrato é a TAXA EFETIVA.

Em resumo, para mostrar a sua inocuidade apresentamos :

O QUADRO A com Taxa de Juro Anual NOMINAL

O QUADRO B com Taxa de Juro Anual EFETIVA

QUADRO A

PLANO DE AMORTIZAÇÃO - SISTEMA FRANCÊS DE AMORTIZAÇÃO
(Erroneamente Denominado Tabela Price)
Cálculo do Valor do Juro pela Taxa Proporcional -Taxa deJuro Nominal do Contrato

Inserido pelo Perito	
Tx. de Juros (% a.a.) Nominal do Contrato:	**11,39**
Tx de Juros (% a.m.) Proporcional:	0,94887917
Taxa de Juros (% a.a.) Efetiva:	11,99999831

Vara:
Processo nº:
Requerente :
Requerido :
Contrato n.
Data: 17/09/2018
Taxa de Juros: 11,38655 **% a.a. (Nominal)** 12,00000 **% a.a. (Efetiva)**
Valor Financiado: 1.000,00
Banco: **Agência:** **C/C:**
Nº Prestações : 12 Recebidas : 0 À Receber : 12

Un: R$ 1,00

Nº Prestação	Vencimento	Prestação	Amortização do Principal	Juros	Saldo à Pagar
1	17/10/2018	88,56	79,07	9,4888	920,93
2	17/11/2018	88,56	79,82	8,7385	841,10
3	17/12/2018	88,56	80,58	7,9811	760,52
4	17/01/2019	88,56	81,35	7,2164	679,18
5	17/02/2019	88,56	82,12	6,4446	597,06
6	17/03/2019	88,56	82,90	5,6654	514,16
7	17/04/2019	88,56	83,68	4,8788	430,48
8	17/05/2019	88,56	84,48	4,0847	346,00
9	17/06/2019	88,56	85,28	3,2831	260,72
10	17/07/2019	88,56	86,09	2,4739	174,63
11	17/08/2019	88,56	86,90	1,6571	87,73
12	17/09/2019	88,56	87,73	0,8324	-0,00
	TOTAL	**1.062,74**	**1.000,00**	**62,7448**	

QUADRO B

PLANO DE AMORTIZAÇÃO - SISTEMA FRANCÊS DE AMORTIZAÇÃO
(Erroneamente Denominado Tabela Price)
Cálculo do Valor do Juro pela Taxa Equivalente -Taxa de Juro Efetiva do Contrato

Inserido pelo Perito	
Tx. de Juros (% a.a.) Efetiva do Contrato:	**12,00**
Tx. de Juros (% a.m.) Equivalente:	0,94887929
Taxa de Juros (% a.a.) Efetiva:	12,00

Vara:
Processo nº:
Requerente :
Requerido :
Contrato nº:
Data: 19/09/2018
Taxa de Juros: 11,38655 **% a.a. (Nominal)** 12,0000000 **% a.a. (Efetiva)**
Valor Financiado: 1.000,00
Banco: **Agência:** **C/C:**
Nº Prestações : 12 Recebidas : 0 À Receber : 12

Un: R$ 1,00

Nº Prestação	Vencimento	Prestação	Amortização do Principal	Juros	Saldo à Pagar
1	19/10/2018	88,56	79,07	9,49	920,93
2	19/11/2018	88,56	79,82	8,74	841,10
3	19/12/2018	88,56	80,58	7,98	760,52
4	19/01/2019	88,56	81,35	7,22	679,18
5	19/02/2019	88,56	82,12	6,44	597,06
6	19/03/2019	88,56	82,90	5,67	514,16
7	19/04/2019	88,56	83,68	4,88	430,48
8	19/05/2019	88,56	84,48	4,08	346,00
9	19/06/2019	88,56	85,28	3,28	260,72
10	19/07/2019	88,56	86,09	2,47	174,63
11	19/08/2019	88,56	86,90	1,66	87,73
12	19/09/2019	88,56	87,73	0,83	0,00
	TOTAL	**1.062,74**	**1.000,00**	**62,74**	

VIII- A Relação Entre as MODALIDADES UM e QUATRO

Ambas regidas pelo Desconto Composto – Tábua III ; Tábua IV e Tábua V

MODALIDADE UM – 1 Termo e n períodos financeiros.
Pagamento ÚNICO. Juros Antecipados.

MODALIDADE QUATRO – n Termos [n pagamentos (n parcelas)] e n períodos financeiros

Exemplo : n = 4 ; i = 10,00% ; PV = R$ 100.000,00 ; pmt = ?

Calcular o Custo Financeiro, a Receita Financeira e a Receita Financeira com o conceito da Teoria de Reinvestimentos, em cada MODALIDADE.

MODALIDADE UM – Desconto Composto

R$ 1,00

- **Custo Financeiro** – $C \,.\, i \,.\, f \left(\underbrace{\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}}_{\text{Tábua V}} \right)$

$$100.000,00 \,.\, 0,10 \,.\, \left(\frac{(1,10)^4 - 1}{0,10\,(1,10)^4} = 3,169865 \right) \quad \mathbf{(1)} \quad = \quad \mathbf{31.698,65}$$

- **Líquido Recebido** – $FV = PV \,.\, (1+i)^n \;\therefore\; PV = FV \,.\, \underbrace{\frac{1}{(1+i)^n}}_{\text{Tábua IV}}$

$$100.000,00 \,.\, \left(\frac{1}{(1,10)^4} = 0,6830135 \right) \quad = \quad \underline{\mathbf{68.301,35}}$$

100.000,00

- **Aplicando a Teoria de Reinvestimentos**

$$31.698,65 \;.\; [\,(1,10)^4 - 1 = 0,4641\,] \quad \mathbf{(2)} \quad = \quad \mathbf{14.711,38}$$

Total da Receita Financeira – (1 + 2) = 46.410,00

MODALIDADE QUATRO – Sistema Francês de Amortização – Desconto Composto

R$ 1,00

- Valor da Prestação – $pmt = 100.000,00 \left(\underbrace{\frac{0,10 \,.\, (1,10)^4}{(1,10)^4 - 1}}_{\text{Tábua III}} = 0,3154708 \right) \quad = \quad \mathbf{31.547,08}$

- Detalhes dos Cálculos de Cada Prestação :

Total das Prestações (3 = 1 + 2)		126.188,32	31.547,08	31.547,08	31.547,08	31.547,08
		0	1	2	3	4
Valor do PV (1)	=	100.000,00 =	28.679,16364 +	26.071,9670 +	23.701,7889 +	21.547,0801
		Tábua IV	$\frac{31.547{,}08}{1{,}10}$ +	$\frac{31.547{,}08}{1{,}21}$ +	$\frac{31.547{,}08}{1{,}331}$ +	$\frac{31.547{,}08}{1{,}4641}$
Valor do Juro (2)	=	26.188,32 =	2.867,916335 +	5.475,1131 +	7.845,29187 +	10.000,00

Tábua V $31.547 \cdot 0{,}10 \left(\frac{(1{,}10) - 1}{0{,}10\,(1{,}10)} \right) + 31.547 \cdot 0{,}10 \cdot f + 31.547 \cdot 0{,}10 \cdot f + 31.547 \cdot 0{,}10 \cdot f$

QUADRO 1

Plano de Amortização

Prestação	Valores das Prestações	Valores das Amortizações	Valores dos Juros	Saldos Devedores
0	-	-	-	100.000,00
1	31.547,08	21.547,08012	10.000,00	78.452,92
2	31.547,08	23.701,7655	7.845,29	54.751,13
3	31.547,08	26.071,9669	5.475,11	28.679,16
4	31.547,08	28.679,1636	2.867,92	-
TOTAL	126.188,32	100.000,00	26.188,32 **(1)**	-

Despesa Financeira

Obs.: Este QUADRO 1 é o modo prático para a formação do Plano de Amortização, conforme o livro Referência 1 - fl's. 353 / 55

Aplicando a Teoria de Reinvestimentos

Prestação	Valores das Prestações		Valores dos Juros Reaplicados
1ª	31.547,08	$[(1{,}10)^3 - 1]$	10.442,0835
2ª	31.547,08	$[(1{,}10)^2 - 1]$	6.624,8868
3ª	31.547,08	$[(1{,}10)^1 - 1]$	3.154,7080
4ª	31.547,08	$[(1{,}10)^0 - 1]$	-
			20.221,6783 **(2)**
		Total da Receita Financeira (1 + 2)	**46.410,00**

RESUMO :

UN: R$ 1,00

	MODALIDADE UM	**MODALIDADE QUATRO**
Custo Financeiro	**31.698,65**	**26.188,32**
Receita Financeira	**46.410,00**	**46.410,00**

Na MODALIDADE UM o Custo Financeiro é maior por que o valor financiado fica mais tempo com o cliente do que com o Banco.

A Receita Financeira, com a introdução da Teoria de Reinvestimentos, é a mesma para o banqueiro nas QUATRO MODALIDADES DE PAGAMENTOS.

IX- FAZENDO UM ADENDO :

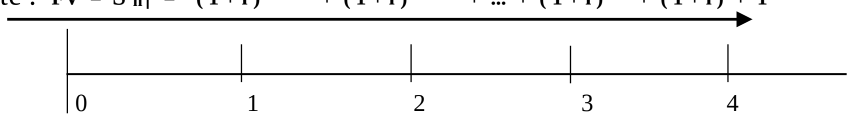
No exemplo dado pelo I. Autor expresso no seu QUADRO 2 temos :

- O I. Autor, na data ZERO, tomou 4 empréstimos com vencimentos em 30, 60, 90 e 120 dias, assim expresso :

					Prestação
1º Empréstimo :	$FV = PV \cdot (1{,}10)$ =	28.679,16344 .	$(1{,}10)$ =	31.547,08	4ª
2º Empréstimo :	$FV = PV \cdot (1{,}10)^2$ =	26.071,96694 .	$(1{,}10)^2$ =	31.547,08	3ª
3º Empréstimo :	$FV = PV \cdot (1{,}10)^3$ =	23.701,76559 .	$(1{,}10)^3$ =	31.547,08	2ª
4º Empréstimo :	$FV = PV \cdot (1{,}10)^4$ =	21.547,08012 .	$(1{,}10)^4$ =	31.547,08	1ª
		100.000,00		126.188,32	

- O I. Autor seguiu este raciocínio ditado pelo Diagrama do Fluxo de Caixa determinado no Manual do Proprietário da HP 12C.

Montante : $FV = S_{\overline{n|}} = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \ldots + (1+i)^2 + (1+i) + 1$



A regra matemática do MONTANTE não representa a MODALIDADE TRÊS.

O exemplo apresentado pelo I. Autor, no seu QUADRO 1, é um empréstimo pago em parcelas que é a MODALIDADE QUATRO :

4º empréstimo (1ª parcela) :

$21.547{,}08 \quad (1{,}10)^4 = 31.547{,}08$

3º empréstimo (2ª parcela) :

$23.701{,}7655 \quad (1{,}10)^3 = 31.547{,}08$

2º empréstimo (3ª parcela) :

$26.071{,}9669 \quad (1{,}10)^2 = 31.547{,}08$

1º empréstimo (4ª parcela) :

$28.679{,}1636 \quad (1{,}10) = \underline{31.547{,}08}$

126.188,32

Importante : Com esta inversão não temos o valor do juro de R$ 7.132,08 perdido devido ao Plano de Amortização.

- Obtendo o auxílio da Progressão Geométrica temos a igualdade :

$$\text{Tábua II} - \quad \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \sum_{t=1}^{n} (1+i)^t$$

Vejamos :

$$126.188{,}32 = pmt \cdot \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{(1{,}10)^4 - 1}{0{,}10} = 4{,}641 \right)$$

não é prestação

$$pmt = \frac{126.188{,}32}{4{,}641} = 27.189{,}89873$$

logo, o somatório de 4 empréstimos é :

$$FV = 27.189{,}99873 \cdot \left(\frac{(1{,}10)^4 - 1}{0{,}10} = 4{,}641 \right) = \mathbf{126.188{,}32}$$

Obs.: O Sr. Price estudou, trabalhou e escreveu seu livro, em 1771 – Observatios on Reversioary Payments, fundamentado em MONTANTES.

O Sr. Richard Price NUNCA estudou o Sistema Francês de Amortização.

Fica posto que o exemplo apresentado pelo I. Autor, conforme o seu QUADRO 2, é de um empréstimo em 4 parcelas.

Entretanto, o I. Autor demonstra como sendo 4 empréstimos e, pela sequência de exemplo, mostra que refere-se à MODALIDADE TRÊS.

- O I. Autor fez uso do gráfico do Fluxo de Caixa apresentado pela HP 12C e entretanto, analisou como se fossem quatro empréstimos e não observando o conceito do Desconto Composto e considerou a 4ª prestação como sendo o 1º empréstimo e vice-versa.

  São duas as incongruências : apresentou um exemplo da MODALIDADE QUATRO e analisou como sendo MODALIDADE TRÊS e ao detalhar, apresentou o 1º empréstimo como sendo a 1ª prestação e não a 4ª e, com isto, ficou no seu modelo, o saldo de R$ 7.132,08 de juros não pagos, o que não é na realidade.

Qual foi o Custo Financeiro ? **R$ 26.188,32** **(1)**

Aplicando a Teoria de Reinvestimentos

Qual foi a Receita Financeira das parcelas reaplicadas ?

1ª-	31.547,08 $[(1{,}10)^3 - 1]$	=	10.442,0835
2ª-	31.547,08 $[(1{,}10)^2 - 1]$	=	6.624,8868
3ª-	31.547,08 $[(1{,}10) - 1]$	=	3.154,7080
4ª-	31.547,08 $[(1{,}10)^0 - 1]$	=	-
			20.221,6783 **(2)**

Total da Receita Financeira (1 + 2) **46.410,00**

Ver que é o mesmo valor das MODALIDADES UM e TRÊS.

- Tomemos o Diagrama do Fluxo de Caixa do Manual do Proprietário da HP 12C – Referência 7 e faremos a comparação entre as MODALIDADES TRÊS e QUATRO, tomando como base, o PLANO DE AMORTIZAÇÃO DA MODALIDADE QUATRO, onde o cálculo do valor do juro de cada prestação é o produto do Saldo Devedor do período, pela taxa de juro do período.

UN.: R$ 1,00

0 1 2 3 4

MODALIDADE TRÊS 4º empréstimo → $FV = 21.547,08 \cdot (1,10)^4 = \mathbf{31.547,08}$

1 $J = 21.547,08 \cdot [(1,10)^4 - 1] = \mathbf{10.000,00}$

MODALIDADE QUATRO 1ª prestação → $PV = 31.547,08 \cdot \frac{1}{(1,10)^4} = \mathbf{21.547,08}$

$D = 31.547,08 \cdot 0,10 \cdot \frac{(1,10)^4 - 1}{0,10\,(1,10)^4} = \mathbf{10.000,00}$

ou sobre o Saldo Devedor

$D = 100.000,00 \cdot 0,10 = \mathbf{10.000,00}$

MODALIDADE TRÊS 3º empréstimo $FV = 23.701,78 \cdot (1,10)^3 = \mathbf{31.547,08}$

2 $J = 23.701,78 \cdot [(1,10)^3 - 1] = \mathbf{7.845,29}$

MODALIDADE QUATRO 2ª prestação → $PV = 31.547,08 \cdot \frac{1}{(1,10)^3} = \mathbf{23.701,79}$

$D = 31.547,08 \cdot 0,10 \cdot \frac{(1,10)^3 - 1}{0,10\,(1,10)^3} = \mathbf{7.845,29}$

ou sobre o Saldo Devedor

$D = 78.452,90 \cdot 0,10 = \mathbf{7.845,29}$

MODALIDADE TRÊS 2º empréstimo $FV = 26.071,97 \cdot (1,10)^2 = \mathbf{31.547,08}$

3 $J = 26.071,97 \cdot [(1,10)^2 - 1] = \mathbf{5.475,11}$

MODALIDADE QUATRO 3ª prestação → $PV = 31.547,08 \cdot \frac{1}{(1,10)^2} = \mathbf{26.071,97}$

$D = 31.547,08 \cdot 0,10 \cdot \frac{(1,10)^2 - 1}{0,10\,(1,10)^2} = \mathbf{5.475,11}$

ou sobre o Saldo Devedor

$D = 54.751,11 \cdot 0,10 = \mathbf{5.475,11}$

MODALIDADE TRÊS 1º empréstimo $FV = 28.679,16 \cdot (1,10) = \mathbf{31.547,08}$

4 $J = 28.679,16 \cdot [(1,10) - 1] = \mathbf{2.867,92}$

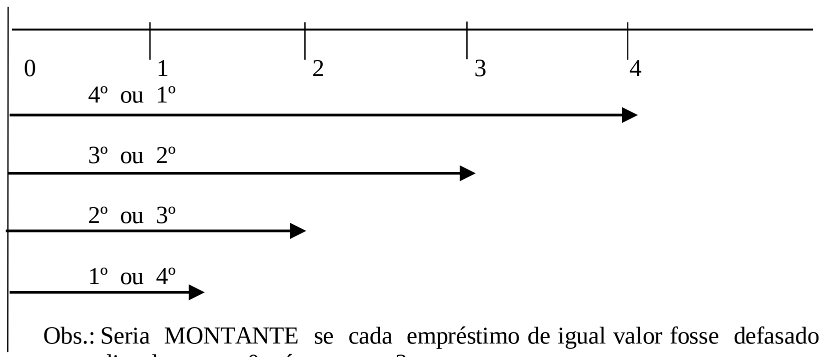
MODALIDADE QUATRO 4ª prestação → $PV = 31.547,08 \cdot \frac{1}{(1,10)} = \mathbf{28.679,16}$

$D = 31.547,08 \cdot 0,10 \cdot \frac{(1,10) - 1}{0,10\,(1,10)} = \mathbf{2.867,92}$

ou sobre o Saldo Devedor

$D = 28.679,16 \cdot 0,10 = \mathbf{2.867,92}$

MODALIDADE TRÊS – 4 empréstimos
Todos tomados na DATA ZERO



Obs.: Seria MONTANTE se cada empréstimo de igual valor fosse defasado de 30 dias do tempo 0 até o tempo 3.

$S_{\overline{n|}} = FV = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \ldots + (1+i)^2 + (1+i) + 1$