

**Comentamos esta DECLARAÇÃO de 16 Autores e
Professores, em 2004, onde afirmam que os
Trabalhos do Sr. Richard Price em 1771 - 1791
que calculou Montantes, relacionam ao
Sistema Francês de Amortização**

Pedro Schubert *

A Matemática Financeira, no Capítulo – RENDAS CERTAS –
regula o conteúdo desta DECLARAÇÃO nos seus dois itens :

Diz a DECLARAÇÃO :

• MONTANTE

“Nós abaixo identificados, professores de matemática financeira, autores de livros ... preocupados com posições equivocadas assumidas por pessoas e entidades, frequentemente divulgadas pela imprensa ou contidas em Laudos Periciais ...

... declaramos que a fórmula utilizada para o cálculo de prestações, nos casos de empréstimos ou financiamentos em parcelas iguais ... também conhecida por Tabela Price ou Sistema Francês de Amortização é construída com base na Teoria de Juros Compostos (ou Capitalização Composta) ... ”

e continua a Declaração :

“... sendo sua demonstração encontrada em livros de matemática financeira adotados nas principais universidades brasileiras ”.

• VALOR ATUAL

e continua a Declaração :

“... e em todos os estudos de viabilidade econômica e financeira realizados no Brasil e nos demais países do mundo ”.

• E SOBRE A LEGISLAÇÃO BRASILEIRA

e continua a Declaração :

“... é imprescindível que a justiça brasileira faça um reexame das interpretações das leis e decretos que levaram alguns tribunais do nosso país a proibir esse critério de cálculo ”.

“... é dever do legislativo votar uma lei que corrija definitivamente esse equívoco histórico ”.

* Administrador, Autor, Professor da FGV – Rio, Perito Judicial TJ-RJ e Varas Federais – Contador
Membro da Comissão Especial de Perícia Judicial, Extrajudicial e Administração Judicial – CEPAJ do Conselho Federal de Administração – CFA

Para a realização destes Comentários é importante conhecer :

- **A Posição Histórica** – ver neste site na Trilha : Os Livros do Sr. Richard Price

Que o Sr. Richard Price (1771 – 1791) não estudou matérias relacionadas à financiamentos em parcelas ou seja, o Sistema Francês de Amortização.

Apresentou soluções para RENDAS CERTAS fundamentadas em MONTANTES.

E os pagamentos de benefícios que, mesmo sendo em parcelas iguais, mensais, etc, anuais e sucessivas não são amortizações em parcelas de empréstimos / financiamentos.

- **O Estudo de Viabilidade Econômica e Financeira**

Fundamentado em VALOR ATUAL tem, como destaque, o Método do Fluxo de Caixa Descontado e aqui fica o Sistema Francês de Amortização.

- **A legislação existente sobre a Matemática Financeira :**

- A SÚMULA 121 de 13.12.1963 do STF
- O Decreto nº 22.626 de 07.04.1933, no seu artigo 4º, na sua 1ª parte
- Legislação posterior à 1963

Todas perfeitamente dispensáveis, por que as Leis dos Homens não vedam as Leis da Matemática.

I- Sobre esta afirmação de que sua demonstração é encontrada em livros de Matemática Financeira, solicito analisar a matéria a seguir :

Destacamos do livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça – Autor Pedro Schubert – da sua Referência 1 a PARTE II – 2.12 – Capítulo XIV – Rendas Certas :

Capítulo XIV – Rendas Certas *

Este Capítulo analisa os cálculos do Montante e do Valor Atual de uma Renda.

Definição do Autor * : Uma sucessão de n pagamentos T_1, T_2, \dots, T_n realizados respectivamente, nas épocas t_1, t_2, \dots, t_n denomina-se uma Renda Certa.

T_1, T_2, \dots, T_n – ou pmt – são os termos dessa Renda Certa e n é o seu número de termos.

Cálculo do Montante ou Valor Futuro * – FV – de uma Série Uniforme de Termos relacionada à formação de Reservas Técnicas para Pecúlio e Rendas Certas e, atualmente, os Fundos de Pensão.

Histórico **

Os estudos do Montante para as Seguradoras, pelas referências bibliográficas, têm origem nos trabalhos do Sr. Richard Price em 1769, a pedido da Equitable Society da Inglaterra, sua seguradora inglesa. Price publica a obra de estatística, voltada para o ramo de seguro, Northampton Mortality Tables (Tábuas de Mortalidade de Northampton) cujas Tábuas, com os seus refinamentos, servem até hoje, para posicionar, na forma estatística, as probabilidades de vida e de morte de uma população.

Em 1771 seria publicado a obra final sobre o assunto ... sob o título Observations on Reversionary Payments (Observações sobre Devoluções de Pagamentos).

Nessa obra Price explica os Esquemas de Provisão de Anuidades a Viúvas e Idosos. O método para o cálculo dos valores de Seguro de Vida ... e diferentes Assuntos na Doutrina de Rendas Vitalícias.

Nossa Obs.:

As Tábuas de Mortalidade são os fundamentos para os cálculos atuariais na formação de Reservas Técnicas para Pecúlios, Rendas Certas das Seguradoras e, no Brasil, a partir de 1977, os Fundos de Pensão.

As Tábuas de Mortalidade dão a média de vida do cidadão e assim define o número de anos de vida ativa dos participantes e de vida dos aposentados e das viúvas.

A matemática oferece a fórmula $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ (Tábuas IV utilizada pelo Sr. Price, Tábuas II

dos nossos livros) que recebe a anuidade (valor mês a mês) e as capitaliza, acumulando o Montante (as reservas técnicas) durante o período de vida útil dos participantes.

Os Atuários utilizam os fatores da fórmula $\frac{(1+i)^n - 1}{i} f(n, i)$, que, multiplicados pela

contribuição dos participantes, calcula as Reservas Técnicas dos Fundos de Pensão que precisam ser constituídas para garantir os pagamentos futuros de benefícios aos Assistidos (Aposentados e Viúvas).

* Referência 1

** Referência 3 – Capítulo I – fl. 28

¹ Ver neste site na Trilha : Perícia Judicial / Contratos de Empréstimos e Financiamentos / Livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça / Referências Bibliográficas

Quando o participante se aposentar passará a receber a sua aposentadoria desta reserva técnica, durante o período de aposentado e depois a viúva e neste caso, os Atuários utilizam os fatores da Tábua VI – $\frac{i}{(1+i)^n - 1} f(n, i)$, para calcular o valor deste benefício mensal.

O Autor * define Montante :

Chama-se Montante ou Valor Final de uma renda, a soma dos montantes de cada um dos seus termos durante os prazos decorridos do vencimento de cada um, ao vencimento do último termo.

A fórmula $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ acumula Termo a Termo, ou seja, o Montante (acumula capital + juros capitalizados de cada período).

Para deduzir estas fórmulas :

1- Diz o Autor * nas relações fundamentais entre fórmulas, ao comparar a fórmula do Valor Atual $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$, capitalizada por n períodos – $(1+i)^n$ –, encontramos

$$FV = S_{\overline{n}|i} = M = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \cdot (1+i)^n = \frac{(1+i)^n - 1}{i} .$$

O Montante de uma renda de n termos é igual ao Montante do seu Valor Atual capitalizado no fim de n períodos (na data do vencimento do seu último termo).

2- Esta fórmula do Montante ou Valor Futuro, é calculada pela Progressão Geométrica.

Ver a Soma dos Termos de uma Progressão Geométrica ou $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$.

É a Tábua IV utilizada pelo Sr. Richard Price para atender as Seguradoras em 1769 para calcular Reservas Técnicas para Pecúlios e Renda Certa e é a Tábua II dos livros de matemática financeira.

Esta Tábua II calcula o valor da contribuição de uma pessoa física ou jurídica a uma entidade que pode ser a uma Seguradora para a formação de um Pecúlio ou Renda Certa (hoje também temos os Fundos de Pensão) com uma sucessão de depósitos, mês a mês, com contribuições de participantes (pessoas físicas e jurídicas), com o objetivo de constituir um Montante (Reserva Técnica) para pagamentos futuros de benefícios.

O Autor * faz detalhada análise desta fórmula analisada no item 2.9.1 – Capítulo VIII – Progressão Geométrica – mas não menciona a sua aplicabilidade, como citamos e, tão pouco, faz qualquer menção aos estudos do Sr. Richard Price, relacionados à Dívida da Coroa Inglesa – $(1+i)^n$ – bem como aos seus estudos relativos à formação de Reservas Técnicas (Montantes) para as Seguradoras – $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ – Tábua IV utilizada pelo Sr. Price.

No estudo do Sr. Price temos a fórmula da Tábua II dos nossos livros ou Tábua IV do Sr. Price que, ao ser invertida – $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ – Tábua VI – Fator de Fundo de

Amortização – FFA –, que não consta dos estudos deste Autor * e tão pouco, nos estudos do Sr. Price e é importantíssima para os cálculos atuariais nos Fundos de Pensão para dimensionar o valor do benefício.

* Referência 1

O QUE O SR. RICHARD PRICE UTILIZOU EM 1771 – 1791

O Sr. Richard Price (1723 – 1791), Atuário para a sua época, estudou e criou Tábuas de Mortalidades para embasar os produtos da sua Seguradora, de PECÚLIOS e RENDAS CERTAS.

Para isto utilizou, – a partir de Tábuas de Mortalidades das cidades do Reino Unido – e calculou, utilizando as Tábuas Financeiras $(1+i)^n$ e $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ já tabuladas e que calculam Montantes, para a formação de PECÚLIOS e RENDAS CERTAS sendo que, para estas, calculou os valores de benefícios (ANNUITIES), mediante dedução matemática a partir da Tábua $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ e atualmente temos a Tábua $\frac{i}{(1+i)^n-1}$.

E, a hoje Tábua $\frac{i}{(1+i)^n-1}$ calcula o valor do Benefício, a partir de Montantes formados pela Tábua $\frac{(1+i)^n-1}{i}$.

Enfatizando que esta Tábua $\frac{i}{(1+i)^n-1}$ calcula Benefícios e no valor de cada benefício, contém Juro Composto e Anatocismo.

Há Autores que afirmam que esta Tábua $\frac{i}{(1+i)^n-1}$ calcula o valor de Prestações.

O Sr. Price estudou também a Dívida da Coroa Inglesa e para este estudo, utilizou a Tábua $(1+i)^n$.

E estudou também o Sinking Found e utilizou a Tábua $\frac{(1+i)^n-1}{i}$

Para estes estudos ver neste site www.periciajudicial.adm.br na Trilha “ Os Livros do Sr. Richard Price ” que analisam esta matéria.

Para estas três Tábuas Financeiras, Autores e Professores, em Julho de 2004 que mencionamos no início, publicaram a DECLARAÇÃO EM DEFESA DE UMA CIÊNCIA MATEMÁTICA E FINANCEIRA que, em resumo, temos :

Nós abaixo identificados, Professores de matemática financeira, Autores de livros e de outros trabalhos sobre esta importante ciência, preocupados com posições equivocadas assumidas por pessoas e entidades, frequentemente divulgadas pela imprensa ou contidas em Laudos Periciais envolvendo cálculos financeiros, declaramos que a fórmula utilizada para o cálculo das prestações

nos casos de empréstimos e financiamentos em parcelas iguais

de aplicação generalizada no mundo e que no Brasil é também conhecida por

Tabela Price ou Sistema Francês de Amortização

é construída com base na teoria de Juros Compostos (ou capitalização composta) sendo a sua demonstração encontrada em todos os livros de matemática financeira adotados nas principais universidades brasileiras.

Nas aplicações citadas a seguir, por esta DECLARAÇÃO, referem-se à formação de MONTANTES de 1 e de n Termos

Continua a DECLARAÇÃO :

II- “ A capitalização composta é a base dos cálculos utilizados nas operações de :

- Sendo de **UM TERMO** - (nós acrescentamos e, nestes casos, utiliza-se a Tábua - $(1 + i)^n$)
 - **Empréstimos e Financiamentos**
 - **Seguros**
 - **Caderneta de Poupança**
 - **Títulos Públicos e Privados**
 - **Fundos de Investimentos**
 - **Títulos de Capitalização**

- Sendo de **n TERMOS** - (nós acrescentamos e, nestes casos, utiliza-se a Tábua - $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$)
 - **Caderneta de Poupança**
 - **FGTS**
 - **Fundos de Previdência**
 - **Fundos de Pensão**
 - **Sinking Fund**
 - **Título de Capitalização ”**

Esta DECLARAÇÃO, nesta parte, está perfeita e acabada. Nada há a opor.

Estas Tábuas $(1 + i)^n$ e $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ foram efetivamente utilizadas pelo Sr. Price em seus trabalhos (1771 – 1791) e a Tábua $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$, por dedução, pelo cálculo do FATOR, calcula o valor da ANNUITY (benefício) e nela contém o Juro Composto e o Anatocismo.

Nada há a opor de Autores, Professores e Outros, aqui no Brasil, denominá-las de Tabela Price.

Estes trabalhos do Sr. Price para a sua Seguradora, para PECÚLIOS e RENDAS CERTAS, não têm quaisquer relações com a Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas iguais, conhecida como Sistema Francês de Amortização e erroneamente denominada, aqui no Brasil, de Tabela Price.

O Sr. Price nunca estudou este Sistema Francês de Amortização.

O QUE NÃO ESTUDOU O SR. RICHARD PRICE EM 1771 – 1791

Cálculo do Valor Atual de Uma Renda :

O Autor * define Valor Atual de uma Renda Uniforme :

Chama-se Valor Atual de uma renda a soma dos valores atuais de seus termos.

▪ Valor Atual (Valor Presente – PV) de Termos Distintos
$$\sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+i)^t}$$

(Tábua I do livro do Sr. Price e IV dos nossos livros)

- Valor Atual (Valor Presente – PV) de uma Série Uniforme (Termos Iguais)

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} f(t, i)$$

(Tábuas II do livro do Sr. Price e V dos nossos livros)

que, naquela época (1769), ambas não foram utilizadas pelo Sr. Price e não tinham a aplicabilidade dos tempos atuais, nas análises de investimentos, iniciadas nos USA, em 1951, pelo Autor e Professor Joel Dean.

A fórmula $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ para série uniforme – Tábua V (Tábua II do Sr. Price)

Ver a dedução desta fórmula no item 2.11.1 – Desconto Composto

Esta fórmula é aplicável nas análises de investimentos pelo Método do Fluxo de Caixa Descontado com n T iguais.

A fórmula $\frac{1}{(1+i)^n}$ é aplicada para n Termos Distintos.

Esta fórmula é aplicável nas análises de investimentos com fluxos de caixa com valores diferentes e quaisquer períodos (mensal, anual).

Ver na PARTE 8 – Estudos de Altas Finanças – Análise de Investimentos – o item 8.2 – Fluxo de Caixa Descontado – Discounted Cash – Flow Method.

O Autor * realiza um estudo extremamente teórico e, nas suas análises sobre o valor atual de uma renda, faz referências aos itens 2.10.2 – Capítulo XII – Juros Compostos e 2.11 – Capítulo XIII – Desconto Composto.

Menciona que “ o valor atual de uma renda é, por definição, a soma dos valores atuais de seus Termos ”.

Este Capítulo XIV – Rendas Certas – que estuda o Valor Atual de uma Renda, está relacionado com a Matemática Financeira de Empréstimos e Financiamentos em parcelas iguais.

Ver na PARTE 7 os itens 7.1 – Identidade entre os problemas sobre rendas – aplicações financeiras – e os problemas sobre empréstimos e financiamentos – e o item 7.3 – Modalidades de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos, bem como o item 7.5 – Estudando Matemática Financeira.

e a DECLARAÇÃO continua :

III- Nos estudos citados, a seguir, pela referida DECLARAÇÃO referem-se ao Estudo do Valor Atual.

“ ... e em todos os estudos de viabilidade econômica e financeira realizados no Brasil e nos demais países do mundo ”.

Para estes estudos, nós afirmamos : utiliza-se as Tábuas IV- $\frac{1}{(1+i)^n}$ e V- $\frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t}$

Para estes estudos de viabilidade econômica e financeira temos nos estudos de Altas Finanças, o Método do Fluxo de Caixa Descontado – Discounted Cash-Flow Method.

Esta matéria está analisada na PARTE 8 – ANÁLISES DE INVESTIMENTOS – ESTUDO DE ALTAS FINANÇAS do livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça, já citado.

* Referência 1

Neste livro analisa a relação entre este Método **do Fluxo de Caixa Descontado** e a Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas iguais e sucessivas, podendo ser mensais, etc, anuais e de DOIS MODOS :

- Sistema Francês de Amortização - parcelas iguais
- Método Hamburguês - parcelas decrescentes

Ambos não têm nem Juro Composto e, tão pouco, Anatocismo.

CONCLUSÃO

- O contraditório que analisamos aqui, nesta DECLARAÇÃO, é :

“ declaramos que a fórmula utilizada para o cálculo das prestações

nos casos dos empréstimos e financiamentos em parcelas iguais ...

... e que no Brasil é também conhecida por

Tabela Price ou Sistema Francês de Amortização

é construída com base na Teoria de Juros Compostos ou Capitalização Composta ...”

- A Tábua Financeira para o Cálculo do Valor do Empréstimo, sendo financiamento, é a

$$\text{Tábua V- } \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}.$$

O Sistema Francês de Amortização fundamenta-se no VALOR ATUAL de uma renda uniforme.

O Método do Fluxo de Caixa Descontado – Sistema Francês de Amortização

O que ambos têm em comum ?

I - Colocamos as seguintes questões:

Sendo Análise de Investimentos

- 1- Um Banco de Investimentos lhe oferece a aplicação em um projeto que remunera o seu capital a 5,00% a.a., por 25 anos. Você precisa de uma renda anual (receita) de \$ 2.000,00. Qual o valor que preciso para investir ?
- 2- Tenho um capital de \$ 28.187,889 e quero aplicá-lo por 25 anos e receber uma renda anual de \$ 2.000,00. Qual a Taxa de Juro que devo aplicá-lo ?
- 3- Tenho um capital de \$ 28.187,889 e quero aplicá-lo por 25 anos, a taxa de juro anual de 5,00%. **Qual o valor do retorno anual ?**
- 4- Qual o Valor Atual de uma Renda Anual (recebimentos anuais de Dividendos) de \$ 2.000,00, por 25 anos, a taxa de juro de 5,00% a.a. ?

Sendo Empréstimos e Financiamentos em Parcelas e, nestes exemplos, o Sistema Francês de Amortização

- 5- Tenho uma dívida de \$ 28.187,889 e o banco quer recebê-la em 25 prestações de \$ 2.000,00. **Qual a taxa de juro ?**
- 6 – **Preciso de um empréstimo de R\$ 28.187,889, para pagá-lo em 25 anos e o banco cobra a taxa de juro de 5,00% a.a. Qual o valor da prestação?**

II - O que ambos têm em comum? É o Método do Fluxo de Caixa Descontado – Discounted Cash Flow Method

III- Matematicamente, todas as 6 Questões relacionam-se ao cálculo do Valor Atual de uma Renda logo, o Fluxo de Caixa Descontado, com os seguintes simbolismos matemáticos:

- Sendo os Termos (prestações) distintos :

$$\text{Valor Atual} = \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \quad \text{ou}$$

$$\sum_{t=1}^n \left[\frac{1}{(1+i)^t} \right] \quad \text{Tábua IV (Desconto Composto)}$$

- Sendo os Termos (prestações) iguais :

$$\text{Valor Atual} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (n; i) \quad \text{Tábua V (Desconto Composto)}$$

\swarrow Cálculo do Valor Atual de uma prestação de n Termos Iguais
 \swarrow PV = Valor do Empréstimo e Financiamento
 ou
 Valor do Projeto (Investimento)
 ou
 \swarrow PV = pmt . $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ ← Tábua V
 \swarrow n Termos iguais
 \swarrow Valor Atual

Questão 3 - Aqui investimentos ; Qual o Valor do Retorno Anual ?

$$\text{pmt} = 28.187,889 \cdot \left[\frac{0,05 \cdot (1,05)^{25}}{(1,05)^{25} - 1} = 0,07095246 \right] = \$ 2.000,00$$

\swarrow Valor do Retorno Anual

Questão 6 - Aqui empréstimos e financiamentos ; Qual o valor da prestação ?

$$28.187,889 = \text{pmt} \cdot \left[\frac{(1,05)^{25} - 1}{0,05 \cdot (1,05)^{25}} \right] = \text{R\$ } 2.000,00$$

Processando temos :

$$\text{pmt} = 28.187,889 \cdot \left[\frac{0,05 \cdot (1,05)^{25}}{(1,05)^{25} - 1} = 0,07095246 \right] = \text{R\$ } 2.000,00$$

\swarrow Tábua III ; cálculo do valor da prestação ou da renda anual
 \swarrow Valor do Retorno Anual ou Valor da Prestação

Respondendo a pergunta do item II :

O que ambos têm em comum ? : **É o Método do Fluxo de Caixa Descontado.**

Conclusão : Análise de Investimentos que aplica o cálculo do Valor Atual – PV – logo, o Desconto Composto e utilizando as Tábuas IV e V, é igual ao Sistema Francês de Amortização que também utiliza a Tábua V e calcula :

n = nº de prestações i = taxa de juro

PV = Valor Atual (valor do empréstimo) pmt = Valor da Prestação

Aplicando as fórmulas do Desconto Composto contidas nas Tábuas IV e V

O Método do Fluxo de Caixa Descontado que é utilizado no estudo de Altas Finanças para a avaliações de empresas, fundamenta-se no Cálculo do Valor Atual, como está analisado no item III.

Continua a DECLARAÇÃO :

“ ... é dever do legislativo votar uma lei que corrija definitivamente esse equívoco histórico ”.

Analisaremos esse equívoco histórico :

▪ A SÚMULA 121 do STF de 13 de Dezembro de 1963

Ela proíbe a capitalização composta no Brasil.

Entretanto, esta DECLARAÇÃO cita todas as aplicações financeiras, no Brasil – as **constantes** do item II deste documento, que aplicam o Juro Composto.

▪ O DECRETO nº 22.626 de 07.04.1933 no seu Artigo 4º na sua 1ª PARTE

Proíbe a capitalização dos juros a períodos menores de 12 meses (semestre, quadrimestre, trimestre, bimestre, mensal e diário).

A Matemática Financeira ensina que, se utilizar a Taxa Equivalente, em substituição a Taxa Proporcional, como é utilizado, tanto faz capitalizar o valor do juro anualmente, como a períodos menores de 12 meses que o valor final do juro é o mesmo.

Para que isto aconteça só é necessário que, no contrato assinado entre as Partes, fique claro que a Taxa de Juro Anual do contrato é a TAXA EFETIVA.

Para esta capitalização do valor do juro, a períodos menores de 12 meses é preciso aplicar os conhecimentos da Taxa Equivalente e da Teoria de Reinvestimentos.

Estes dois instrumentos legais (Súmula e Decreto) e toda a legislação sobre Juros Compostos depois de 1963 podem ser cancelados porque **as Leis dos Homens não Derrogam as Leis da Matemática.**