CUSTO FINANCEIRO

E

RECEITA FINANCEIRA

NAS

OPERAÇÕES BANCÁRIAS

- **O Juro Simples, pelo Desconto Bancário, é mais vantajoso para o Agente Financeiro – o Banco**
- **O Juro Composto, pelo Desconto Composto, na Modalidade Quatro, o Sistema Francês de Amortização e o Método Hamburguês, Universal e Secularmente, são mais vantajosos para o financiado (o Mutuário)**
- **O SAM, o SACRE e Outros não existem e o Método Gauss, matematicamente não é aprovado**

[*] Pedro Schubert

Rio, 13 de abril de 2020

[*] Administrador, Autor, Professor FGV-Rio, Perito Judicial TJ-RJ e Varas Federais, Contador. Membro da Comissão Especial de Perícia Judicial, Extrajudicial e Administração Judicial – CEPAJ – do Conselho Federal de Administração – CFA.

CUSTO FINANCEIRO E RECEITA FINANCEIRA

- **A Matemática Financeira funciona em 2 Campos :**

Juro Simples – com Desconto Simples ou Bancário

Com a fórmula : C . i . t

Características – Pagamento antecipado do juro

Pagamento Único no final

Prazo : até 12 meses

Juro Composto – com Desconto Composto

Com a fórmula : $\mathbf{C \; . \; i \; . \; f} \left(\frac{(1+i)^{n} - 1}{i\,(1+i)^{n}} \right) \mathbf{(n, i)}$

nas 4 Modalidades a seguir com Prazos de 1 mês a 30 anos ou mais :

Características :

- **Modalidade UM** – **Sistema Alemão**
  Pagamento antecipado do juro
  Pagamento Único no final
  Prazo : geralmente até 12 meses
  Desconto Composto

  Obs.: mesmas características do Juro Simples e, deste modo, pode-se comparar o CUSTO FINANCEIRO entre o Juro Simples e o Juro Composto.

- **Modalidade DOIS** – **Sistema Americano**
  Em desuso
  Pagamento do juro, por período financeiro
  Pagamento Único no final juntamente com a última parcela dos juros

- **Modalidade TRÊS** – **Sistema Price**
  Juro Composto – Montante
  Pagamento Único no final do capital mais os juros acumulados

- **Modalidade QUATRO** –
  - **Sistema Francês de Amortização** – Pagamentos em parcelas mensais, etc, anuais, sucessivas e iguais

  e o

  - **Método Hamburguês – SAC** – idem, em parcelas decrescentes

Em cada um destes 5 sub-campos, para o Financiado, cada sub-campo tem um custo financeiro específico e, para o Financiador – o Agente Financeiro, nos DOIS CAMPOS tem :

No Juro Simples maior receita financeira que no Juro Composto sendo que, nas 4 Modalidades, – aplicando a Teoria de Reinvestimentos –, o Financiador tem sempre as mesmas Receitas Financeiras.

- **Temos o exemplo :**

$n = 3$; $i = 10{,}00\%$; PV = R$ 1.000,00

PV → pode ser qualquer valor

i → pode ser qualquer taxa de juro

n → pode ser qualquer quantidade de anos (semestre, quadrimestre, trimestre, bimestre, mensal, dias

- **Taxa de Juro – i e o tempo – n ou t**

A taxa de juro, nos exercícios, pode ser expressa em número absoluto – 10,00%

e em decimal – $\frac{10{,}00}{100} = 0{,}10$; quaisquer dos modos estão corretos.

Utilizando a HP 12C sempre insira o número absoluto – 10,00%.

O tempo representado, por n na HP 12C e t nos exercícios manuais, pode ser expresso em ano, etc, dias.

- **Relação entre Taxa de Juro e o Tempo**

Sempre tem que ter a relação :

t = n =	;	i =
ano		ano
semestre		semestre
quadrimestre		quadrimestre
trimestre		trimestre
bimestre		bimestre
mensal		mensal
diário		diário

Obs.: Sempre expressaremos a taxa de juro em DECIMAL.

Para facilitar o cálculo (e o raciocínio), nesta ilustração, utilizaremos a Taxa de Juro de 12,00%.

Tempo	Taxa de Juro	Tempo	Taxa de Juro
ano	0,12	trimestre	0,03
semestre	0,06	bimestre	0,02
quadrimestre	0,04	mensal	0,01

Importante : Estas taxas de juros denominam TAXAS PROPORCIONAIS.

▪▪ Do exemplo dado, anualmente sempre teremos : R$ 100,00 :

	<u>C . i . t</u>		**<u>R$ 1,00</u>**
Ano :	1.000 . 0,10 . 1	=	100,00
Semestre :	1.000 . 0,05 . 2	=	100,00
Quadrimestre :	1.000 . 0,333 . 3	=	100,00
Trimestre :	1.000 . 0,25 . 4	=	100,00

Bimestre :	1.000 . 0,01666 . 6	=	100,00
Mensal :	1,000 . 0,008333 . 12	=	100,00
Diário :	1.000 . 0,0002798 . 360	=	100,00

- **Taxa Equivalente e Taxa Proporcional**

Nas negociações entre as Partes, das Taxas de Juros Anuais expressas nos Contratos, deve ficar definida que a Taxa de Juro Anual do contrato seja a TAXA EFETIVA.

Pela regra da Matemática Financeira, a Taxa Efetiva leva à Taxa Equivalente diária, mensal, etc, semestral.

Deste modo, o contrato tendo expresso a Taxa Efetiva, nos leva à Taxa Equivalente, do seguinte modo :

Temos a igualdade : $\underbrace{(1 + i_{(m)})^{12}}_{\text{Taxa Mensal Equivalente}} = 1 + \underbrace{i}_{\textbf{Taxa Anual Efetiva}}$

Deduzindo, temos : $i_{(m)} = \sqrt{1+i}^{\,\frac{1}{m}} - 1$

Colocando valor temos : 12,00% a.a. = Taxa Efetiva

$$i_{(m)} = \left(\sqrt{1{,}12}^{\,1/12} - 1\right) . 100 = \mathbf{0{,}9988793\%\ \ a.m}$$

é a Taxa Equivalente

Sendo a Taxa de Juro Anual Nominal a Taxa de Juro Mensal é a Taxa Proporcional.

12,00% a.a. ÷ 12 = 1,00% a.m.

- **CUSTO FINANCEIRO Entre o Juro Simples e o Juro Composto**

  - **O Juro Simples tem custo financeiro (valor do juro) maior que o custo financeiro do juro composto**

    Qual é a fundamentação matemática ?

    No Juro Simples temos o Desconto Simples ou Bancário onde a Taxa de Juro do período financeiro incide sobre o Capital – C – em todos os períodos financeiros –

    C . i . t

    No exemplo dado : n = 3 ; i = 10,00% ; C = R$ 1.000,00

    Custo Financeiro : 1.000 . 0,10 . 3 = R$ 300,00

    Obs : Se for n = 10 , teremos : (Não recebe nada)

    Custo Financeiro : 1.000 . 0,10 . 10 = R$ 1.000,00

    R$ 1,00

    Valor Recebido : 1.000,00 – 1.000,00 = 0,00

  - **O Juro Composto :** o valor do juro é calculado pelo Desconto Composto; tem custo financeiro menor por que a Taxa de Juro do Período Financeiro incide sobre o SALDO DEVEDOR de cada período financeiro.

Valor do Desconto Composto = C . i . f . $\left(\dfrac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n} \right)$

$\hookrightarrow$ Tábua V

O Plaqno de Amortização será :

QUADRO 1

Un,: R$ 1,00

Quantidade Parcelas	Valor da Prestação	Valor da Amortização	Valor do Juro	Saldo Devedor
-	-	-	-	1.000,0000
1	402,1148	302,1148	100,0000	697,8852
2	402,1148	332,3263	69,7885	365,5589
3	402,1148	365,5589	36,5559	-
TOTAL	1.206,3444	1.000,0000	**206,3444**	-

Custo Financeiro

Esta expressão – C . i . f – vem da seguinte dedução matemática oriunda do JURO COMPOSTO onde temos :

$C_n = C_o \cdot (1+i)^n$; isto é o Juro Composto
que também podemos escrever :

$C = A \cdot (1+i)^n$ e podemos : $A = C \cdot \dfrac{1}{(1+i)^n}$

C → FV ; A → PV

O Desconto Composto – D – é a diferença : D = C – A

Substituindo A por C . $\dfrac{1}{(1+i)^n}$ temos :

$D = C - C \cdot \dfrac{1}{(1+i)^n}$ que, processando temos : $C \cdot \dfrac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n}$

Multiplicando ambos os termos por i :

$$\mathbf{D = C \cdot i \cdot \underbrace{\dfrac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}}_{\text{este é o f}} \quad (n, i) \text{ – Tábua V}}$$

Aplicando o exemplo dado :

<u>R$ 1,00</u>

Custo Financeiro $\mathbf{D = 1.000 \cdot 0{,}10 \cdot \left(\dfrac{(1{,}10)^3 - 1}{0{,}10 \cdot (1{,}10)^3} - 1 = 2{,}48685 \right) = 248{,}685}$

Se n for 10 teremos :

$$\mathbf{D = 1.000 \cdot 0{,}10 \cdot \left(\dfrac{(1{,}10)^{10} - 1}{0{,}10 \cdot (1{,}10)^{10}} - 1 = 6{,}144567 \right) = 614{,}456}$$

E o valor líquido recebido será : $PV = FV \cdot \dfrac{1}{(1+i)^n}$

$$PV = \left(1.000 \;.\; \frac{1}{(1{,}10)^{10}} \;=\; 0{,}385543 \right) \qquad = \quad \underline{\mathbf{385{,}543}}$$

Valor do empréstimo = **1.000,00**

Conclusão : **Neste exemplo, no Juro Simples o Financiado não recebe NADA. No Juro Composto ainda recebe R$ 385,543.**

Importante : **As operações financeiras no Juro Simples regularmente realizam-se a períodos financeiros menores de 12 meses.**

▪▪ Aplicando a Teoria de Reinvestimentos :

Obs.: Faremos esta análise utilizando o exemplo :

n = 3 ; i = 10,00% ; C = R$ 1.000,00

▪▪▪ No Juro Simples

R$ 1,00

O Custo Financeiro é **300,00**

Aplicando a Teoria de Reinvestimentos

$$300 \;.\; \left(\left[1{,}10^{3} - 1 \right] = 0{,}331 \right) \qquad = \quad \underline{\mathbf{99{,}30}}$$

Total da Receita Financeira **399,30**

▪▪▪ No Juro Composto

O Custo Financeiro é **248,685**

Aplicando a Teoria de Reinvestimentos

$$248{,}685 \;.\; \left(\left[1{,}10^{3} - 1 \right] = 0{,}331 \right) \qquad = \quad \underline{\mathbf{82{,}32}}$$

Total da Receita Financeira **331,00**

- **CUSTO FINANCEIRO E RECEITA FINANCEIRA NAS QUATRO MODALIDADES DE PAGAMENTOS**

Modalidade UM – Desconto Composto – Tábua IV $\frac{1}{(1+i)^{n}}$

R$ 1,00

Valor Líquido Recebido – $\frac{1.000{,}00}{(1{,}10)^{3}}$ = **751,3148**

Custo Financeiro $\mathbf{1.000 \;.\; 0{,}10} \;.\; \left(\frac{(1{,}10)^{3} - 1}{0{,}10 \;.\; (1{,}10)^{3}} = \mathbf{2{,}486852} \right) = \underline{\mathbf{248{,}6852}}$ [1]

1.000,00

Aplicando a Teoria de Reinvestimento

$$248{,}685 \;.\; \left((1{,}10)^{3} - 1 = 0{,}331 \right) \qquad = \quad \underline{\mathbf{82{,}3147}}$$

Total da Receita Financeira (1 + 2) = **331,00**

Modalidade DOIS – Em Desuso

Pagamento dos Juros = C . i . t pagamento em cada período financeiro

Custo Financeiro

R$ 1,00

1º Pagamento : 1.000,00 . 0,10 . 1 = 100,00

Teoria de Reinvestimentos 100,00 . $(1,10)^2$ = 121,00

2º Pagamento : 1.000,00 . 0,10 . 1 = 100,00

Teoria de Reinvestimentos 100,00 . (1,10) = 110,00

3º Pagamento : 1.000,00 . 0,10 . 1 = 100,00

Teoria de Reinvestimentos 100,00 . $\left[(1,10)^0 = 1 \right]$ = 100,00

Total da Receita Financeira 331,00

Modalidade TRÊS – Juro Composto – Tábua I $(1 + i)^n$ – MONTANTE

Pagamento no final : Principal + Juro = 1.000,00 . $(1,10)^3$ = **1.331,00**

Custo Financeiro e Receita Financeira **1.000 . $\left((1,10)^3 - 1 = 0,331 \right)$ = 331,00**

Teoria de Reinvestimentos – não ocorre

pois o dinheiro fica com o Financiado durante todo o período do contrato.

Modalidade QUATRO – Desconto Composto – Tábua III – $\dfrac{i (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$

– Tábua V – $\dfrac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^n}$

Cálculo do Valor da Prestação : pmt = PV . $\dfrac{i (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$

pmt = 1.000 . $\dfrac{0,10 (1,10)^3}{(1,10)^3 - 1}$ = **402,1148**

Para esta Modalidade Quatro elabora-se o **seu Plano de Amortização :**

QUADRO 1

Un,: R$ 1,00

Quantidade Parcelas	Valor da Prestação	Valor da Amortização	Valor do Juro	Saldo Devedor
-	-	-	-	1.000,0000
1	402,1148	302,1148	100,0000	697,8852
2	402,1148	332,3263	69,7885	365,5589
3	402,1148	365,5589	36,5559	-
TOTAL	1.206,3444	1.000,0000	[1] **206,3444**	-

Custo Financeiro

Teoria de Reinvestimentos :

$$402{,}1148 \ . \left[(1{,}10)^2 - 1 = 0{,}21 \right] = \mathbf{84{,}4441}$$

$$402{,}1148 \ . \left[(1{,}10) - 1 = 0{,}10 \right] = \mathbf{40{,}2114}$$

$$402{,}1148 \ . \ (1{,}10)^0 - 1 = - \quad = \mathbf{-}$$

[2] **124,6555**

Total da Receita Financeira (3 = 1 + 2) = 331,00

Para o Método Hamburguês o Plano de Amortização será :

Un.: R$ 1,00

Quantidade Parcelas	Valor da Prestação	Valor da Amortização	Valor do Juro	Saldo Devedor
-	-	-	-	1.000,0000
1	433,3333	333,3333	100,0000	666,6667
2	400,0000	333,3333	66,6666	333,3333
3	366,6668	333,3334	33,3333	-
TOTAL	1.200,0000	1.000,0000	[1] **200,0000**	-

Teoria de Reinvestimentos :

$$433{,}3333 \ . \left[(1{,}10)^2 - 1 = 0{,}21 \right] = \mathbf{91{,}00}$$

$$400{,}0000 \ . \left[(1{,}10) - 1 = 0{,}10 \right] = \mathbf{40{,}00}$$

[2] **131,000**

Total da Receita Financeira (3 = 1 + 2) = 331,00

REUSMO

	Despesa Financeira (Custo Financeiro)	Receita Financeira
Juro Simples	300,00	399,30
Juro Composto		
Modalidade UM	248,685	331,00
Modalidade DOIS	300,00	331,00
Modalidade TRÊS	331,00	331,00
Modalidade QUATRO	206,3444	331,00
Método Hamburguês	200,00	331,00

Conclusão : Para o Banco sempre será melhor emprestar a Juros Simples. Deste modo, **o Método Gauss não é recomendado para substituir o Sistema Francês de Amortização.**

Em termos de planejamento financeiro da empresa, sempre é recomendada a Modalidade Quatro, nos DOIS MODOS.

Administrativamente, para o Banco, a MODALIDADE TRÊS é a melhor por ter menor custos operacionais.