O

POMO DA DISCÓRDIA

AS TABELAS UTILIZADAS PELO Dr. Sr. Richard Price no Século XVIII

Pedro Schubert *

- **O Sr. Richard Price que em seu livro, na 1ª edição, em 1771, publicou as Tabelas IV e V, publicou em 1792 na 5ª edição, Quatro Tábuas Financeiras :**
  - **A Tábua IV –** $\frac{1}{(1+i)^{n}}$ **foi utilizada, com dedução matemática, para calcular Montantes de 1 Termo.**
  - **A Tábua I foi utilizada para calcular Montantes de 1 Termo e a Tábua II para calcular Montantes de n contribuições e, com dedução matemática, foi utilizada para calcular Valores de Benefícios, que hoje é a Tábua VI.**
  - **A Tábua V que calcula o Valor Atual de n prestações não foi utilizada pelo Sr. Price. Esta Tábua V, juntamente com a Tábua III, estão relacionadas ao Sistema Francês de Amortização.**

  Obs.: A numeração das Tábuas acima citadas obedece a ordem dos nossos livros.

Relação das Tábuas

Do Sr. Price	**Dos n/ livros**
Tábua I	Tábua IV
Tábua II	Tábua V
Tábua III	Tábua I
Tábua IV	Tábua II
n/ tem	Tábua III
n/ tem	Tábua VI

Rio, maio de 2019

* Administrador, Autor, Professor da FGV-Rio, Perito Judicial – TJ / RJ e Varas Federais, Contador.
Membro da Comissão Especial de Perícia Judicial, Extrajudicial e Administração Judicial - CEPAJ - do Conselho Federal de Administração - CFA

- **Da 1ª edição de 1771 – fl´s. 334 a 341**

Nesta edição o Sr. Richard Price publicou às fl´s. 334 a 341 duas Tabelas :

Tabela I – corresponde a Tábua IV dos nossos livros $\frac{1}{(1+i)^n}$ – Desconto Composto de 1 Termo

Fator de Desconto

Valor Presente de um Valor a ser recebido, ao final de certo número de anos e aplicado a uma determinada Taxa de Juro Composto.

Tabela II – corresponde a Tábua V dos nossos livros $\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}$ – Desconto Composto de n Termos

Fator de Desconto

Valor Presente de uma contribuição aplicada por n anos, a uma determinada Taxa de Juro Composto.

É mencionado nesta edição e repetidas nas demais que estas Tabelas podem ser encontradas na maioria dos livros que tratam de juros compostos e ANNUITIES (cálculo do valor de benefícios a serem pagos a Assistidos (aposentados e pensionistas) pelas Seguradoras.

O Sr. Price utilizou estas Tabelas Financeiras ; ele não as criou.

Ver as aplicações destas Tabelas nas análises na 5ª edição do seu livro, em 1792 – Vol. II.

Nesta 5ª edição e nas seguintes, publicou Quatro Tabelas.

- **Da 5ª edição de 1792 – Vol. II – Publica as Quatro Tábuas**

fl. 18 - Tabela I do Sr. Price – Tábua IV dos nossos livros – $\frac{1}{(1+i)^n}$

Fator de Desconto de 1 Termo

Obs.: É a Modalidade UM de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos de 1 Termo. É o Sistema Alemão.

Valor Presente de um determinado Valor a ser recebido, ao final de certo período de tempo futuro, de n anos, a uma determinada Taxa de Juro Composto.

$$PV = FV \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

fl. 21 - Tabela II do Sr. Price – Tábua V dos nossos livros – $\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}$

Fator de Desconto de n Termo

Valor Presente de uma determinada Contribuição, aplicada a uma determinada Taxa de Juro Composto de n anos.

fl. 25 - Tabela III do Sr. Price – Tábua I dos nossos livros – $(1+i)^n$

Fator de Capitalização de 1 Termo

Obs.1: É a Modalidade TRÊS de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos – 1 Termo

Montante de determinado Valor, aplicado por um determinado nº de anos (pode ser mensal) a determinada Taxa de Juro Composto.

$$FV = PV \cdot (1+i)^n$$

Obs.2: Foi utilizada pelo Sr. Richard Price para cálculos de Pecúlios com operação única

fl. 28 - Tabela IV do Sr. Price – Tábua II dos nossos livros – $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

Fator de Acumulação de Capital

Calcula o Montante de uma aplicação anual (pode ser mensal) durante n anos, a uma determinada Taxa de Juro Composto.

Aplicações destas Quatro Tabelas – fl´s. 32 a 34

Tabela III do Sr. Price – Tábua I dos nossos livros – $(1 + i)^n$

Questão I – Cálculo do Montante de 1 Termo

Para qualquer valor dado, quanto aumentará, a determinado número de anos dados e a determinada taxa de juro composto ?

Resposta : Multiplique o fator encontrado na Tábua I pelo cruzamento do número de anos pela taxa de juro i, pelo valor dado e o produto é a resposta.

Exemplo 1- Qual é o Montante de $ 40,00 aplicado por 18 anos, a taxa de juro composto de 4,00% ?

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n \quad (n, i)$$

Solução : Procure na Tábua I na coluna de juro de 4,00% a.a. e na linha de 18 anos e encontra o fator 2,025816 e o produto é $ 81,0326.

Na HP-12C temos : n = 18 a ; i = 4,00% a.a. ; PV = $ 40,00 ; FV = ?

Tábua IV do Sr. Price – Tábua II dos nossos livros – $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

Questão II – Cálculo do Montante de n Termos

Para qualquer valor dado de uma contribuição, quanto aumentará (Montante) aplicado a determinada taxa de juro durante um certo número de anos (pode ser meses).

Resposta : Multiplique o fator encontrado na Tábua II, pelo cruzamento da coluna de juros pela quantidade de anos e conhecido como fator de acumulação de capital, pelo valor dado da contribuição e o produto será a resposta.

Exemplo 2- O produto de $ 40,00 multiplicado pelo fator de acumulação de capital encontra: (n = 18 e i = 4,00% a.a) de 25,6454 é de $ 1.025,826.

$$FV = 40 \cdot \left(\frac{(1{,}04)^{18} - 1}{0{,}04} = 25{,}64541 \right) = 1.025{,}816$$

Na HP-12C temos : n = 18 a ; i = 4,00% a.a. ; pmt = $ 40,00 ; FV = ?

Questão III – Cálculo do nº de anos para a formação da Reserva Técnica – $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

Em quantos anos, determinado valor de uma contribuição dada aumentará (Montante), sendo aplicada a determinada taxa de juro composto ?

Resposta : Divida o Montante pelo valor da contribuição e encontrará um quociente (ou o número de anos aproximadamente). Procura na Tábua II dos nossos livros no cruzamento da coluna de juros pela linha de anos, este quociente que será o número de anos.

Exemplo 3- Em quantos anos uma contribuição de \$ 40,00 aplicada a 4,00% a.a. aumentará para \$ 1.025,816 (Montante) ?

Solução : Divida \$ 1.025,816 por \$ 40,00 e encontrará o fator de formação de capital de 25,6454.

Procure na Tábua II na coluna de 4,00% a.a. este fator que sertá encontrado na linha de 18 anos que é a resposta.

$$FV = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Na HP-12C temos : n = ? ; i = 4,00% a.a. ; pmt = \$ 40,00 ; FV = \$ 1.025,816

Questão IV – Cálculo do nº de anos que uma Reserva Técnica terá recursos para pagar o Benefício – $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$

Resposta : Divida o valor da Reserva Técnica pelo valor da aposentadoria e encontra o quociente. Procura na Tábua II, na coluna do juro composto este quociente e encontra na linha 18 de anos que será o número de anos que a Reserva Técnica finda (\$ 0,00).

Exemplo 4- Em quantos tempo, um determinado Montante aplicado a uma determinada taxa de juro composto, mediante uma certa retirada anual (pode ser mensal) perdurará ?

Importante :

1- Esta é uma pergunta fundamental para o Assistido (aposentado ou viúva).

Em quanto tempo a minha Reserva Técnica terá SALDOS para pagar a minha aposentadoria ?

2- Neste cálculo o Assistido recebe um Benefício ; ele não paga uma prestação de um empréstimo ou financiamento.

Vejamos este Exemplo 4 :

Uma pessoa tem uma poupança (Reserva Técnica) de \$ 1.000,00 e resolve sacar \$ 10,00 anualmente (pode ser mensal).

Em quanto tempo poderá sacar (apropriar-se desta poupança), aplicada a 4,00% a.a. até ZERÁ-LA ?

Solução dada pelo Sr. Price na época por que não havia a Tábua VI.

Divida \$ 1.000,00 por \$ 10,00 e encontra o fator 100.

Procure na Tábua II, na coluna de juro de 4,00% a.a. e encontrará um fator aproximado de 99,8265 que corresponde aproximadamente a 41 anos.

Este é o tempo que durará a poupança do Assistido.

Este modo de cálculo apresentado pelo Sr. Richard Price perdurou, aqui no Brasil, até 1970.

E nem era apresentada a sua dedução matemática, a partir da Tábua II :

$$FV \;=\; pmt \;.\; \frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

e deduzindo : $$\mathbf{pmt \;=\; FV \;.\; \frac{i}{(1+i)^{n}-1}} \quad \text{– } \textbf{Tábua VI}$$

└ benefício

Esta é a Tábua VI que, até 1970, não era tabulada e é INVERSA da Tábua II.

A HP-12C soluciona esta dedução do seguinte modo :

n = ? ; i = 4,00% a.a. ; pmt = $ 10,00 ; FV = $ 1.000,00

inserindo nesta sequência e clicando n encontra 41 anos

ou aplicando a Tábua VI :

$$10{,}00 \;=\; 1.000{,}00 \;.\; \left(\frac{0{,}04}{(1{,}04)^{41}-1} \;=\; 0{,}0100 \right) \;=\; \$\;10{,}00$$

Comentamos : Aqui no Brasil Autores, Professores, Economistas, Consultores e Outros tomam este cálculo do valor do Benefício aos Assistidos (aposentados e pensionistas), em cujos valores mensais contêm juro composto e anatocismo e AFIRMAM que estão calculando o valor das prestações de um empréstimo ou financiamento.

Este é o imbróglio.

Estes Autores, Professores, Economistas, Consultores e Outros denominam estas Três Tábuas – (1 + i)^{n} – Tábua I , $\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$ **– Tábua II e** $\frac{i}{(1+i)^{n}-1}$ **– Tábua VI de TABELA PRICE.**

Nada temos a opor com relação à esta denominação ; entretanto, é uma denominação disforme.

O Sr. Price só utilizou estas Tábuas pois, conforme a sua própria afirmação, elas já existiam e as colocou em seu livro, em 1771, só para facilitar os seus leitores.

Nada temos a opor com relação à esta denominação ; entretanto, é uma denominação disforme.

Autores e Professores também afirmam (em 2004) :

> **“ declaramos que a fórmula utilizada para o cálculo das prestações, nos casos de empréstimos e financiamentos em parcelas iguais, de aplicação generalizada no mundo e que, aqui no Brasil, *é também conhecida por Tabela Price ou Sistema Francês de Amortização*, é construída com base na Teoria de Juros Compostos (ou Capitalização Composta) ... ”.**
>
> **e acrescentam :**
>
> **“ a Capitalização Composta é a base dos cálculos utilizados nas operações de empréstimos, financiamentos e seguros, nas aplicações em cadernetas de poupança, títulos públicos e privados, FGTS, fundos de investimentos, fundos de previdência, fundos de pensão, títulos de capitalização ... ”.**

Para estas aplicações utiliza-se as Tábuas :

- **(1 + i)^{n} - Tábua I para empréstimo ou financiamento de 1 Termo. È a Modalidade Três de Pagamento (Amortização) de 1 Termo e para as aplicações de 1 Termo, aqui citadas.**

e

- $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ **- Tábua II para calcular o Montante de aplicações de n Termos**

e a

- $\frac{i}{(1+i)^n-1}$ **- Tábua VI para calcular o valor do Benefício nos Fundos de Pensão e da Previdência**

Obs.: Estas Três Tábuas, Autores, Professores e Outros, aqui no Brasil, denominam de Tabela Price.

Como já afirmado, TODAS têm Juro Composto e Anatocismo, sendo que as Tábuas I e II calculam Montantes e a Tábua VI, a partir dos Montantes calculados pela Tábua II, nos Fundos de Pensão e da Previdência, calcula o valor do Benefício. Todos têm juro composto ou capitalização composta e anatocismo.

Onde entra o Sistema Francês de Amortização nos exemplos do Sr. Richard Price ? NÃO ENTRA.

O Sr. Richard Price não estudou esta Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas iguais, mensais, etc, anuais e sucessivas e que funciona baseada no DESCONTO COMPOSTO e utiliza as :

Tábua III – $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$ para calcular o valor da prestação

e a

Tábua V – $\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}$ para calcular o valor do empréstimo ou financiamento – PV – e ambas não têm nem juro composto e tão pouco, anatocismo.

e esta Declaração de 2004 ainda afirma :

"... e em todos os estudos de viabilidade econômica e financeira realizados no Brasil e nos demais países do mundo ".

Comentamos : Aqui a Análise de Investimentos é relacionado ao Método do Fluxo de Caixa Descontado e cujo estudo, conforme relato histórico, surge com o Autor Americano Joel Dean.

- **Tabela II do Sr. Price – Tábua V dos nossos livros** – $\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}$

fl. 21

Fator de Desconto de n Termos

Valor Atual de uma anuidade (prestação) paga durante um certo número de períodos

Valor Presente de uma anuidade, aplicada por n períodos a uma taxa de juro definida, ao final de um certo número de anos (pode ser meses)

Obs,: Esta Tábua II do Sr. Price não foi por ele utilizada nos seus exemplos

$$PV = \underbrace{pmt}_{\text{anuidade}} \cdot \underbrace{\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}}_{\text{Fator de Desconto Composto de n Termos (prestação)}}$$ – Tábua V – Desconto Composto

Obs,: O Sr. Richard Price não apresentou exemplos para esta Tabela II – Tábua V dos nossos livros

Importante : Aqui, nesta Tábua V, o Sr. Richard Price tangenciou o Sistema Francês de Amortização.

Esta Tábua V que, no Sistema Francês de Amortização, calcula o Valor do Empréstimo ou Financiamento – PV – a partir do Valor das Prestações.

- **Sintetizando o estudo de Rendas Certas :**

  - Montantes : $(1+i)^n$ e $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$
    - $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ — **Calcula Reservas Técnicas**
    - $(1+i)^n$ — **Calcula Pecúlio**
    - $(1+i)^n$ — **Modalidade Três de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos**

  - Valor Atual : $\frac{1}{(1+i)^n}$ e $\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}$ Desconto Composto
    - $\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}$ — **Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas iguais e sucessivas, podendo ser mensais, etc, anuais**
    - $\frac{1}{(1+i)^n}$ — **Modalidade Um de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos de Pagamento ÚNICO – Sistema Alemão**
    - $\frac{1}{(1+i)^n}$ — **Por dedução matemática, temos :**

      PF = PV . $(1+i)^n$ deduzindo :

      PV = FV . $\frac{1}{(1+i)^n}$

      Esta dedução foi utilizada pelo Sr. Richard Price em 1771.

      Definido o Valor do Pecúlio FV, n e i , calculou o Valor Presente

  - Equivalência de Tábuas :

$$FV = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n} \cdot (1+i)^n = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

dos n/ livros →	Tábua V		Tábua I	=	Tábua II
	Tábua II	.	Tábua III	=	Tábua IV
	Não utilizada pelo Sr. Price		Utilizada Sr, Price		Utilizada Sr. Price

- **Da 7ª edição de 1812 – Vol. II – fl´s. 286 a 289**

Publica as mesmas explicações da 5ª edição e com os mesmos exemplos numéricos.