

• O QUE FEZ O SR. RICHARD PRICE

Pedro Schubert *

1- O Sr. Richard Price (1723 – 1791), Atuário para a sua época, estudou e criou Tábuas de Mortalidades para embasar os produtos da sua Seguradora, de PECÚLIOS e RENDAS CERTAS.

Para isto utilizou, – a partir de Tábuas de Mortalidades das cidades do Reino Unido –

e calculou, utilizando as Tábuas Financeiras $(1+i)^n$ e $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ já tabuladas e que

calculam Montantes, para a formação de PECÚLIOS e RENDAS CERTAS sendo que, para estas, calculou os valores de benefícios (ANNUITIES), mediante dedução matemática a partir

da Tábua $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ e atualmente temos a Tábua $\frac{i}{(1+i)^n-1}$.

1.1- Para estas três Tábuas Financeiras, Autores e Professores, em Julho de 2004, publicaram a DECLARAÇÃO EM DEFESA DE UMA CIÊNCIA MATEMÁTICA E FINANCEIRA que, em resumo, temos :

No abaixo assinado, Professores de matemática financeira, Autores de livros e de outros trabalhos sobre esta importante ciência, preocupados com posições equivocadas assumidas por pessoas e entidades, frequentemente divulgadas pela imprensa ou contidas em Laudos Periciais envolvendo cálculos financeiros, declaramos que a fórmula utilizada para o cálculo das prestações,

nos casos de empréstimos e financiamentos em parcelas iguais

de aplicação generalizada no mundo e que no Brasil é também conhecida por

Tabela Price ou Sistema Francês de Amortização

é construída com base na teoria de Juros Compostos (ou capitalização composta) sendo a sua demonstração encontrada em todos os livros de matemática financeira adotados nas principais universidades brasileiras.

Nas aplicações citadas a seguir, por esta DECLARAÇÃO, referem-se à formação de MONTANTES de 1 a n Termos

Continua a DECLARAÇÃO :

A capitalização composta é a base dos cálculos utilizados nas operações de :

- *Sendo de UM TERMO - (nós acrescentamos e, nestes casos, utiliza-se a Tábua - $(1+i)^n$)*
 - *Empréstimos e Financiamentos*
 - *Seguros*
 - *Caderneta de Poupança*
 - *Títulos Públicos e Privados*
 - *Fundos de Investimentos*
 - *Títulos de Capitalização*
- *Sendo de n TERMOS - (nós acrescentamos e, nestes casos, utiliza-se a Tábua - $\frac{(1+i)^n-1}{i}$)*
 - *Caderneta de Poupança*
 - *FGTS*

* Administrador, Autor, Professor da FGV-RIO, Perito Judicial TJ RJ, Varas Federais, Contador, Membro da Comissão Especial de Perícia, Arbitragem e Administração Judicial do Conselho Federal de Administração – CFA

- *Fundos de Previdência*
- *Fundos de Pensão*
- *Sinking Fund*

Esta DECLARAÇÃO, nesta parte, está perfeita e acabada. Nada há a opor.

E, a hoje Tábua $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ calcula o valor do Benefício, a partir de Montantes formados pela Tábua $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$.

Enfatizando que esta Tábua $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ calcula Benefícios e no valor de cada benefício, contém Juro Composto e Anatocismo.

Há Autores que afirmam que esta Tábua $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ calcula o valor de Prestações.

Este é o imbróglio.

- 2- O Sr. Price estudou também a Dívida da Coroa Inglesa e para este estudo, utilizou a Tábua $(1+i)^n$.

E estudou também o Sinking Found e utilizou a Tábua $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

Para estes estudos ver neste site www.periciajudicial.adm.br na Trilha “ Os Livros do Sr. Richard Price ” que analisam esta matéria.

• O QUE NÃO FEZ O SR. RICHARD PRICE NO SÉCULO XVIII

- 3- Nas aplicações citadas a seguir pela referida DECLARAÇÃO, referem-se ao Estudo do Valor Atual.

Na etapa seguinte, esta DECLARAÇÃO afirma :

“ ... e em todos os estudos de viabilidade econômica e financeira realizados no Brasil e nos demais países do mundo”.

Para estes estudos, nós afirmamos, utiliza-se as Tábuas $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ e $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$

e referem-se à Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas iguais ou decrescentes e sucessivas, podendo ser mensais, etc, anuais e de DOIS MODOS :

- Sistema Francês de Amortização - parcelas iguais
- Método Hamburguês - parcelas decrescentes

Veja a seguir, o estudo que apresentamos e referente a parte da DECLARAÇÃO :

“ ... e em todos os estudos de viabilidade econômica e financeira ... ”

que, como já afirmado, o Sr. Richard Price não estudou.

**O Método do Fluxo de Caixa Descontado
e o
Sistema Francês de Amortização**

O que ambos têm em comum ?

I - Colocamos as seguintes questões:

Sendo Análise de Investimentos

- 1- Um Banco de Investimentos lhe oferece a aplicação em um projeto que remunera o seu capital a 5,00% a.a., por 25 anos. Você precisa de uma renda anual (receita) de \$ 2.000,00. Qual o valor que preciso para investir ?
- 2- Tenho um capital de \$ 28.187,889 e quero aplicá-lo por 25 anos e receber uma renda anual de \$ 2.000,00. Qual a Taxa de Juro que devo aplicá-lo ?
- 3- Tenho um capital de \$ 28.187,889 e quero aplicá-lo por 25 anos, a taxa de juro anual de 5,00%. Qual o valor do retorno anual ?
- 4- Qual o Valor Atual de uma Renda Anual (recebimentos anuais de Dividendos) de \$ 2.000,00, por 25 anos, a taxa de juro de 5,00% a.a. ?

Sendo Empréstimos e Financiamentos em Parcelas e, nestes exemplos, o Sistema Francês de Amortização

- 5- Tenho uma dívida de \$ 28.187,889 e o banco quer recebê-la em 25 prestações de \$ 2.000,00. Qual a taxa de juro ?
- 6 – Preciso de um empréstimo de R\$ 28.187,889, para pagá-lo em 25 anos e o banco cobra a taxa de juro de 5,00% a.a. Qual o valor da prestação?

II - O que ambos têm em comum? É o Método do Fluxo de Caixa Descontado – Discounted Cash Flow Method

III- Matematicamente, todas as 6 Questões relacionam-se ao cálculo do Valor Atual de uma Renda logo, o Fluxo de Caixa Descontado, com os seguintes simbolismos matemáticos:

- Sendo os Termos (prestações) distintos :

$$\text{Valor Atual} = \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \quad \text{ou}$$
$$\sum_{t=1}^n \left[\frac{1}{(1+i)^t} \right] \quad \text{Tábua IV (Desconto Composto)}$$

- Sendo os Termos (prestações) iguais :

$$\text{Valor Atual} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (n; i) \quad \text{Tábua V (Desconto Composto)}$$

Cálculo do Valor Atual de uma prestação de n Termos Iguais

PV = Valor do Empréstimo e Financiamento

ou

Valor do Projeto (Investimento)

ou

$$PV = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \leftarrow \text{Tábua V}$$

└── n Termos iguais

└── Valor Atual

Nestas 6 Questões, por serem os Termos (pmt) iguais, serão aplicadas as seguintes igualdades :

Aplicação em Projeto

Questão 1 - Aqui investimentos ; Calcular o Valor a ser investido

$$PV = 2.000,00 \cdot \left[\frac{(1,05)^{25} - 1}{0,05 \cdot (1,05)^{25}} = \frac{2,38635494}{0,169317747} = 14,093944 \right] = \mathbf{\$ 28.187,889}$$

└── Valor Atual de Uma Renda

Questão 2 - Aqui investimentos ; Qual a Taxa de Retorno

$$28.187,889 = 2.000,00 \cdot \frac{(1,0x)^{25} - 1}{0,05x \cdot (1,0x)^{25}} = 5,00\% \text{ a.a.}$$

└── Fator da Tábua V

O cálculo desta taxa de retorno (juro) de 5,00% a.a. pode ser feito utilizando a HP-12C e também pelo **Método Tradicional do Fator**.

▪ Utilizando a HP-12C, as seguintes teclas que encontra 5,00%.

$$n = 25 ; i = 0,0x ? ; - PV = \$ 28.187,889 ; pmt = \$ 2.000 ; i = 5,00\% \text{ a.a.}$$

▪ Cálculo do Fator = $\frac{28.187,889}{2.000} = 14,0939445$

Procura na Tábua V, em 25, este fator e encontra Taxa de Juro de 5,00%.

Questão 3 - Aqui investimentos ; Qual o Valor do Retorno Anual ?

$$pmt = 28.187,889 \cdot \left[\frac{0,05 \cdot (1,05)^{25}}{(1,05)^{25} - 1} = 0,07095246 \right] = \mathbf{\$ 2.000,00}$$

└── Valor do Retorno Anual

Questão 4 - Aqui investimentos ; Qual o Valor Atual

$$PV = 2.000,00 \cdot \left[\frac{(1,05)^{25} - 1}{0,05 \cdot (1,05)^{25}} = \frac{2,38635494}{0,169317747} = 14,093944 \right] = \mathbf{\$ 28.187,889}$$

└── Valor Atual de Uma Renda (Valor do Investimento)

Aplicação em Empréstimos e Financiamentos

Questão 5 - Aqui empréstimos e financiamentos ; Qual a Taxa de Juro

$$28.187,889 = 2.000,00 \cdot \frac{(1,0x)^{25} - 1}{0,0x \cdot (1,0x)^{25}} = 5,00\% \text{ a.a.}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{Fator da Tábua V}}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{pmt}}$
 $\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{PV = Valor do Empréstimo e Financiamento}}$

O cálculo desta taxa de retorno (juro) de 5,00% a.a. pode ser feito utilizando a HP-12C e também pelo **Método Tradicional do Fator**.

- Utilizando a HP-12C, as seguintes teclas que encontra 5,00%.

$$n = 25 ; i = x ? ; -PV = \$ 28.187,889 ; pmt = \$ 2.000 \quad \text{onde } i = 5,00\%$$

- Cálculo do Fator = $\frac{28.187,889}{2.000} = 14,0939445$

Procura na Tábua V, em 25, este fator e encontra Taxa de Juro de 5,00%.

Questão 6 - Aqui empréstimos e financiamentos ; Qual o valor da prestação ?

$$28.187,889 = pmt \cdot \frac{(1,05)^{25} - 1}{0,05 \cdot (1,05)^{25}} = \text{R\$ } 2.000,00$$

Processando temos :

$$pmt = 28.187,889 \cdot \frac{0,05 \cdot (1,05)^{25}}{(1,05)^{25} - 1}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{Tábua III ; cálculo do valor da prestação ou da renda anual}}$
 $\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{Valor do Retorno Anual ou Valor da Prestação}}$

Na Matemática Financeira este pmt tem 3 funções :

- 1- No Sistema Francês de Amortização

Fator de Recuperação de Capital (valor da prestação)

$$\text{Neste caso, utiliza a Tábua III} - \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

- 2- Na formação das Reservas Técnicas para os Fundos de Pensão

Fator de Acumulação de Capital (valor da contribuição do participante)

$$\text{Neste caso, utiliza a Tábua II} - \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

- 3- No Pagamento de Benefício aos Assistidos de Fundos de Pensão

Fator de Amortização de Capital (valor do benefício)

$$\text{Neste caso, utiliza a Tábua VI} - \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

Respondendo a pergunta do item II :

O que ambos têm em comum ? : **É o Método do Fluxo de Caixa Descontado.**

Conclusão : Análise de Investimentos que aplica o cálculo do Valor Atual – PV – logo, o Desconto Composto e utilizando as Tábuas IV e V, é igual ao Sistema Francês de Amortização que também utiliza a Tábua V e calcula :

$n =$ nº de prestações $i =$ taxa de juro

$PV =$ Valor Atual (valor do empréstimo) $pmt =$ Valor da Prestação

Aplicando as fórmulas do Desconto Composto contidas nas Tábuas IV e V

IV- O Método do Fluxo de Caixa Descontado que é utilizado no estudo de Altas Finanças para a avaliações de empresas, fundamenta-se no Cálculo do Valor Atual, como está analisado no item III.

V - O Método do Fluxo de Caixa Descontado na HP-12C

No seu Manual

Referência 7 (Manual do Proprietário da HP-12C – may/1984) do **livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça** apresenta o seguinte exemplo :

Fluxo de Caixa Descontado na HP-12C – Exemplo **

A literatura menciona dois métodos :

- **O Método do Valor Atual, em inglês – Net Present Value – NPV**
- **O Método da Taxa Interna de Retorno – TIR (Internal Rate of Return) – IRR**

Cálculo do Valor Presente – NPV

No 1º Método compara o Valor Investido com o Valor Atual de uma Renda ; se o Valor Atual da Renda for maior que o Valor Investido o projeto pode ser aprovado.

Cálculo da Taxa Interna de Retorno – IRR

No 2º Método é calculado uma taxa de juro que iguala o Valor Atual da Renda ao Valor Investido.

Vejamos o exemplo estampado no Manual da HP-12C ** – fl's. 70 e 71

Valor Investido : \$ 79.000,00. Deseja uma taxa interna de retorno de 13,5%. Espera, no final do 10º ano, vender por \$ 100.000,00.

		Inserção	Procedimento	Aparece	
Investimento Inicial		79.000,00	CHS g CFo	- 79.000,00	
Ano	Valor	Fluxo de Caixa			
1	14.000,00	14.000,00	g Cfj	14.000,00	Termos Distintos
2	11.000,00	11.000,00	g Cfj	11.000,00	
3	10.000,00	10.000,00	g Cfj	10.000,00	Termos Iguais
4	10.000,00	3	g Nj	3,00	
5	10.000,00				
6	9.100,00	9.100,00	g Cfj	9.100,00	Termo Distinto
7	9.000,00	9.000,00	g Cfj	9.000,00	Termos Iguais
8	9.000,00	2	g Nj	2,00	
9	4.500,00	4.500,00	g Cfj	4.500,00	Termos Distintos
10	100.000,00	100.000,00	g Cfj	100.000,00	
Nº de inserções		7	n	7	
Insera a %		13,50	i	13,50	
Clica e a HP-12C calcula			f NPV	907,77	

** Referência 7

Desde que NPV seja positivo, o investimento aumentaria o ativo operacional do Investidor em \$ 907,77.

O valor de \$ 907,77 positivo indica que a Taxa Interna de Retorno é maior do que 13,5%.

Cálculo da Taxa Interna de Retorno – IRR

Insira os dados acima novamente e pressione as teclas

f IRR na HP-12C que processa e aparece : 13,72 ; 13,72%

(o índice da Taxa Interna de Retorno aparece no visor da máquina).

O exemplo mostra que o Fluxo de Recursos tem Termos Distintos $\frac{1}{(1+i)^n}$ e Termos Iguais

$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ intercalados e o objetivo é calcular a Taxa de Juro e o Valor Atual desta série

heterogênea de Termos (Rendimentos, Lucros e Outros).

No 1º estudo, a HP-12C calcula o Valor Atual desta série heterogênea e homogênea :

$$PV = \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} + \frac{1}{(1+i)^n}$$

└─ Tábua IV
└─ Tábua V
└─ Tábua IV

sendo dados os Termos e a Taxa de Juro i e a HP-12C calcula o PV

para comparar o **Valor Atual desta série heterogênea e homogênea**, calculada com uma Taxa de Juro, inserida pelo Analista, **com o Valor de Aquisição do Bem** (valor do projeto) – PV.

Se este Valor Atual desta série heterogênea e homogênea for igual ou maior do que o Valor de Aquisição do Bem, a Aquisição do Bem (do projeto) é aprovado.

O valor do PV calculado pela HP-12C, com a Taxa de Juro inserida pelo Analista, é maior do que o Valor do Bem Adquirido. Deste modo, o investimento é aprovado.

No 2º estudo é perguntado a HP-12C qual a Taxa de Juro que compara o Valor do Bem Adquirido (do projeto) com o Valor Atual desta série heterogênea e homogênea de Termos.

A HP-12C procura, por tentativas, qual a Taxa de Juro (a Taxa Interna de Retorno – TIR) que iguala o Valor do Bem Adquirido (o valor do projeto) com o Valor Atual da série heterogênea e homogênea de Termos.

VI - A Matemática Financeira Ensina Quatro Modalidades de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos

Modalidade Um – Sistema Alemão – $\frac{1}{(1+i)^n}$ – **Tábua IV**
└─ **Calcula o Valor Atual de 1 Termo**

Modalidade Dois – Sistema Americano – sem uso

Modalidade Três – Sistema Price – $(1+i)^n$ – **Tábua I**
└─ **Calcula Montantes**

Modalidade Quatro – Sistema Francês de Amortização – $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ – **Tábua V**
 └─ Calcula o Valor Atual – PV – de n Termos Iguais

e

$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ – **Tábua III**
 └─ Calcula o Valor da Prestação

e

Método Hamburguês

(que é primo quase irmão do Sistema Francês de Amortização)

VII - A Matemática Financeira ainda Ensina para os Fundos de Pensão :

- Para a Formação de Reservas Técnicas – $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ – **Tábua II**
 └─ Fator de Acumulação de Capital
- Para Pagamentos de Benefícios – $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ – **Tábua VI**
 └─ Fator do Fundo de Amortização

Importante : Aqui no Brasil, Professores, Autores, Economistas, 86,36 % dos Peritos da Região Sudeste e Outros afirmam que esta Tábua VI calcula o valor de prestações e que, por isto, na parcela do empréstimo e financiamento tem Juro Composto e Anatocismo e, por consequência, o Sistema Francês de Amortização tem Juro Composto e Anatocismo.

Esta “verdade” precisa ser “ esclarecida ”.

Confundem “prestamista” com “ Assistidos (aposentados e pensionistas) ”.

VIII- Para enfatizar a posição deste site, fica posto o que ensina a matemática financeira:

No Juro Simples que utiliza o desconto simples ou bancário, o cálculo do valor do juro é realizado aplicando a taxa proporcional de juro do período (dia, mês) sobre o valor do empréstimo.

No Juro Composto que utiliza o Desconto Composto, o cálculo do valor do juro é realizado aplicando a taxa de juro proporcional ou equivalente, do período (dia, mês, ano), sobre o Saldo Devedor de cada período.

O livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça, pela sua Referência 1, demonstra que o Desconto Composto é menos oneroso que o Desconto Bancário.

Não é argumento que tem juízes que estão adotando o Método de Gauss que utiliza o juros simples. Isto é prova que o perito do processo não atuou com competência neste Tipo de Ação: **Análise de Contratos de Empréstimos e Financiamentos.**

Feitas estas observações técnicas e também que o Sistema Francês de Amortização, matematicamente, utiliza o Desconto Composto, conforme o livro **Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça**, na sua **PARTE 7 no item 7.1 – Identidade entre os problemas sobre renda – aplicações financeiras – e os problemas sobre empréstimos e financiamentos.**