

O LIVRO DO SR. RICHARD PRICE EDITADO EM 1771

Pedro Schubert *

Obs.: Não tem, em nenhuma linha deste livro, qualquer análise referente ao Sistema Francês de Amortização ¹

I - O leitor encontra, neste combo, cópia completa da 1ª edição de 1771 do livro do Sr. Richard Price, a partir da sua capa – OBSERVATIONS ON REVERSIONARY PAYMENTS.

Este seu livro, com o Sr. Price em vida (1723 – 1791), teve 4 edições com revisões do Autor. A 2ª em 1772 ; a 3ª em 1773 ; a 4ª em 1783 com 2 volumes. Ainda houve mais três edições após a sua morte, sendo a 5ª em 1792 ; a 6ª em 1803 e a 7ª e última em 1812. Ver neste combo **Os Livros do Sr. Richard Price** estes livros neste site www.periciajudicial.adm.br.

Nesta 1ª edição de 1771 o Sr. Price afirma que as “ Tábuas Financeiras são encontradas na maioria dos livros que tratam do juro composto e anuidades (annuities – pagamentos de benefícios) mas que, no seu trabalho, tantas vezes foram necessárias consultá-las que foi preciso poupar ao leitor, o trabalho de recorrer a outros livros” e deste modo, o Sr. Price publicou, nesta 1ª edição, Duas Tábuas – I e II ” :

Tábua I – $\frac{1}{(1+i)^n}$ – Tábua IV dos nossos livros que calcula o Valor Atual de 1 Termo (Present Value) e a

Tábua II – $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ – Tábua V dos nossos livros que calcula o Valor Atual de n Termos (Present Value)

Ver estas duas Tábuas, conforme o ÍNDICE do livro do Sr. Price no APPENDIX : TABLE I – fl. 309 e a TABLE II – fl. 312 (Valor Presente de Uma Renda Anual de 1 Libra para qualquer número de anos).

Ver também : Observations On the Tables I and II – fl’s. 334 a 341.

Ver neste combo a cópia do livro do Autor P.A. Voileine – Nouvelles Tables por les calculs d’intérêts composés d’annuités et d’amortissement... 3e éd.

Já pela leitura do ÍNDICE que disponibilizo o Original neste site e faço uma (tentativa de tradução, mostra que o enfoque dado pelo Sr. Price no seu trabalho é referente às (diversas) Tábuas de Mortalidade elaboradas por outras entidades (SOCIETIES) para calcular o valor das anuidades (annuities = benefícios) e seguros de vidas.

O Sr. Price dá ênfase para as Tábuas de Nascimento / Morte, Idades de Casamentos, Dados do marido / mulher / filhos. Nesta 1ª edição transcreveu 12 Tábuas e na 4ª edição chegou a LXVII.

Destaques para as Tábuas de Mortalidade de várias cidades e com o destaque para a Tábua de Vida de Breslau, uma cidade Germano Polonesa, famosa por ter registros excepcionalmente bem cuidados com os dados de nascimento e morte de seus moradores.

Ou seja, tudo que o Atuário precisa, a partir do cadastro de participantes e de assistidos e sempre atualizado, para definir o tempo de contribuição e o tempo de recebimento de benefícios e calculando os valores das contribuições e dos benefícios.

¹ Sistema Francês de Amortização

Conforme pode ser observado a partir do ÍNDICE, não tem, em nenhum capítulo do seu livro, qualquer menção sobre o Sistema Francês de Amortização.

Esta matéria sobre este Sistema é encontrada em livros de Autores Franceses :

Ver neste combo, em Autores Franceses, o Autor Du Villard de Durant, economista e matemático francês que publicou em 1787, a sua pesquisa sobre “ As Rendas, Os Empréstimos e os Reembolsos ” ; ver no Apêndice deste livro : “ Anuidade necessária para reembolsar um empréstimo ” – Biblioteca Nacional da França.

* Administrador, Autor, Professor da FGV – Rio, Perito Judicial TJ-RJ e Varas Federais – Contador

Membro da Comissão Especial de Perícia Judicial, Extrajudicial e Administração Judicial – CEPAJ do Conselho Federal de Administração – CFA

Este é o 1º segredo dos Fundos de Pensão que, aqui no Brasil, as Direções dos Fundos de Pensão ainda não descobriram.

Ver, neste site, no combo FUNDOS DE PENSÃO, o que a Direção da PETROS está fazendo com os seus “ velhinhos ”.

Nesta 1ª edição de 1771, conforme o título estampado na capa reflete, de modo resumido, o seu ÍNDICE como podemos ver adiante.

Com o que está exposto neste livro do Sr. Price, duas “ verdades históricas ” aqui no Brasil precisam ser revistas:

“O Sr. Price não desenvolveu Tabelas de Juro Composto.” Elas já existiam.

“O Sr. Price não estudou a Modalidade de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos, conhecida como Sistema Francês de Amortização ”. Isto foi assunto dos franceses.

O Sr. Price, na sua empresa EQUITABLE, preocupou-se com Tábuas de Mortalidade e Proventos de Benefícios (Annuities) para IDOSOS e VIÚVAS ou seja, RENDA CERTA (Annuity – Renda Anual) e Seguros de Vidas (PECÚLIOS). **Nunca analisou o Sistema Francês de Amortização.**

Neste livro do Sr. Price de 1771 no seu Capítulo I utiliza a Tábua I - $\frac{1}{(1+i)^n}$ e a Tábua II - $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ - para calcular o Valor Atual, a ser depositado, a partir de Montantes estipulados pelo analista, para serem recebidos, no futuro, pelos Idosos e Viúvas.

Neste Capítulo I tem: Questões Relativas to “ Schemes for Granting Reversionary Annuities and de Value of Assurances Lives ” ou seja, **cálculos** para garantir pagamentos de benefícios (Annuities) e Seguros de Vida.

No Capítulo II as Seções de I a V dedicam-se a :

“ The Schemes of the Societies in Grã Britain for granting Annuities to Widows and to Pearsons in Old Age ”

ou seja, a partir de estatísticas de nascimentos, tempo de vida de solteiro, tempo de casamento, tempo de aposentado, óbitos, período de vida da viúva, de diversas cidades da Inglaterra, Holanda e Alemanha, o Sr Price calculou os valores de ANNUITIES (Rendas Anuais).

Ou seja, são os mesmos fundamentos para os atuais Fundos de Pensão aqui no Brasil.

E a Direção da PETROS foi “surpreendida ” com um brutal déficit atuarial e consequente, financeiro e explicando que as famílias têm mutações de sobrevivência, de casamentos e outros e não foram “ percebidas ” pela sua Direção .

E o ÍNDICE completa com os Essay de I a IV sobre o aumento da população, vida mais longa para a velhice, Taxas de Mortalidade e apresenta as Tábuas III e a XIV sobre probabilidades de vida para os cálculos de ANNUITIES (Rendas Anuais dos Velhinhos e Viúvas).

Hoje temos as Seguradoras aqui no Brasil e, a partir de 1977, os FUNDOS DE PENSÃO.

O Sr. Price examinou as Tábuas de Mortalidade de diversos especialistas da sua época que eram utilizadas nas várias SOCIETIES para a formação da poupança (Reservas Técnicas) para Viúvas e Idosos.

Analisem os ÍNDICES dos seus livros que estão publicados neste site www.periciajudicial.adm.br na opção – Os Livros do Sr. Richard Price.

O Capítulo III - fl 135 - é dedicado a Dívida da Coroa Inglesa, onde o Sr. Price utilizou a Tábua Financeira III – $(1 + i)^n$ – Tábua I dos nossos livros. É a nossa Modalidade Três de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos que estamos denominando de SISTEMA PRICE.

O Sr. Price foi um estudioso da Dívida da Coroa Inglesa. Ver, no artigo neste combo, a sua relação com William Pitt, o JOVEM.

Mas não estudou a Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas iguais, mensais e sucessivas.

Em 1786 o 1º Ministro Britânico William Pitt – o JOVEM – implantou o Sinking Fund na Secretaria do Tesouro do Reino Unido por sugestão do Sr. Price.

II - O livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça tem, na sua Referência 2 – o livro TABELA PRICE que analisa a 4ª edição – 1783 – a fl. 80 – já com dois volumes e a 6ª edição – 1803 – as fl's. 75 e 78, do livro do Sr. Price : **Observations on Reversionary Payments**, cuja tradução juramentada está assim : (ver a capa deste livro mas que organizo do seguinte modo :)

Observações sobre :

- Pagamentos Reversíveis
- Esquemas de Provisão de Anuidades a Viúvas e Idosos
- O Método Para Cálculo dos Valores de Seguros de Vida e sobre :
- A DÍVIDA INTERNA e Também
- Ensaio sobre Diferentes Assuntos na Doutrina de Rendas Vitalícias e Aritmética Política
- Uma Coleção de Novas Tabelas
- E um Pos Escrito Referente à População do Reino

Dr. Richard Price D.D. F.R.S (Doutor em Teologia e Membro da Sociedade Real)

A 4ª Edição de 1783 passa a ter 2 volumes e na capa diz :

Enlarged Into Two Volume by :

- Additional Notes and Essays ;
- A collection of New Tables ;
- **A History of the Sinking Fund ;**
- A State of the Public Debt in January 1783 and
- The Postscript on the Population of the Kingdom

London : printed in MDCCLXXXIII – 1783

(copiado da fl. 9 do livro – Referência 2). Na fl. 10 mostra a capa da 7ª edição – 1812.

Nesta 4ª Edição acrescenta as Tábuas de Mortalidades de nº XIV a LVII.

Neste livro – Referência 2 – que analisa as traduções da 4ª edição de 1783 e da 6ª edição de 1803 no **Capítulo VII**, no Postscript – **fl's. 107 a 115 – (fl's. 263 a 271 do livro do Sr. Price)** dá exemplos utilizando as Tábuas III e IV ou seja – Tábuas I e II dos nossos livros – para calcular Montantes.

Tem, na fl. 112 (268 do livro do Sr. Price), ao analisar uma ANNUITY de um cidadão solteiro de 50 anos o Sr. Price diz : **utilizando o logaritmo este valor é fácil de encontrar.**

Nas fl's. 116 a 141 – Referência 2 – tem a análise do Crédito Público e os Empréstimos da Coroa Inglesa que correspondem às fl's. 272 a 297 da 4ª Edição do livro do Sr. Price.

O Autor – Referência 2 –, no Capítulo VIII – fl’s. 144 a 162, publica em seu livro as 4 Tabelas de Juro Composto que correspondem às fl’s. 262 a 284 – Vol I da 6ª Edição do livro do Sr. Price.

Tábua I – fl’s. 262 a 267 –	$\frac{1}{(1+i)^n}$	Tábua IV dos nossos livros
Tábua II – fl’s. 268 a 272 –	$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	Tábua V dos nossos livros
Tábua III – fl’s. 274 a 279 –	$(1+i)^n$	Tábua I dos nossos livros
Tábua IV – fl’s. 280 a 284 –	$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Tábua II dos nossos livros

E nas fl’s. 163 a 165 – Referência 2 – (temos as fl’s. 286 a 288 e faltou a 289 do livro do Sr. Price – 4ª edição – 1783) e tem na fl. 163:

a afirmação do Sr. Price de que “ as Tabelas de Juro Composto são encontradas na maioria dos livros que tratam de Juro Composto e Annuities (Cálculo de Rendas; benefícios), mas tem sido, neste trabalho, em muitas ocasiões, citadas que foi necessário, para facilitar aos leitores, publicá-las em meu livro ”.

Tem na fl. 164 as Questões I e II – Cálculos de Montantes

Tábuas III e IV utilizadas pelo Sr. Price (Tábuas I e II dos nossos livros)

● **De 1 Termo**

Exemplo 1 : Qual o Montante de determinado valor aplicado a uma determinada taxa de juro por um determinado número de anos ?

Os dados do exemplo são : $n = 18$; $i = 4,00\%$ a.a. ; $PV = \$ 40$ e $FV = ?$
A partir de 1970 estes dados são inseridos na HP-12C nesta seqüência.

- Utilizando a Tábua III (Tábua I dos nossos livros) temos :

$$FV = PV \cdot \underbrace{(1+i)^n}_{\text{Fator}}$$

Colocando os dados da Questão 1, temos :

$$FV = \$ 40 \cdot \left[\underbrace{(1,04)^{18}}_{\text{Fator – Tábua I}} = 2,025817 \right] = \$ \mathbf{81,032}$$

Solução dada pelo Sr. Price :

Procure na Tábua III (Tábua I dos nossos livros), na coluna da Taxa de Juro 4,00% a.a. a quantidade de anos = 18 e encontra o fator que é 2,025817 ; então : $40 \cdot 2,025817 = \mathbf{81,032}$.

- Utilizando a Tábua I (Tábua IV dos nossos livros)

Quero ter um Montante de \$ 81,032 no final de 18 anos aplicado a Taxa de Juro de 4,00% a.a.

Quanto tenho que aplicar hoje ?

$$FV = PV \cdot (1+i)^n ; \text{ deduzindo } \therefore PV = FV \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

└─ Tábua IV

Substituindo os valores, temos :

$$PV = 81.032 \cdot \left(\frac{1}{(1,04)^{18}} = 0,493628 \right) = \mathbf{\$ 40,00}$$

└─ Fator

Obs.: Exemplo para a formação de Pecúlios ou então :

Em quanto anos, aplicando \$ 40,00 a uma taxa de juro de 4,00% a.a. tenho \$ 81,032 ?

$$FV = 40,00 \cdot (1,04)^n = 81,032$$

└─ Fator

$$(1,04)^n = \frac{81,032}{40,00} = 2,0258$$

Procura na Tábua III (Tábua I dos nossos livros) o fator 2,0258 e encontra 18 anos.

Importante : Era assim que ensinava matemática financeira aqui no Brasil, até 1970 :
O aluno consultava uma Tábua Financeira enorme e muito usada.

A pergunta do aluno : como calculo este fator 2,025817 ? Não tinha resposta

• **De n Termo**

Exemplo 2 : Que Montante obteremos com o valor de uma contribuição anual a uma determinada Taxa de Juro, por um determinado número de anos ?

Os dados do exemplo são : $n = 18$; $i = 4,00\%$ a.a. ; $pmt = \$ 40$ e $FV = ?$
A partir de 1970 estes dados são inseridos na HP-12C nesta sequência.

• Utilizando a Tábua IV (Tábua II dos nossos livros) temos :

$$FV = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

└─ Fator
└─ Contribuição

Colocando os dados da Questão 2, temos :

$$FV = \$ 40 \cdot \left(\frac{(1,04)^{18} - 1}{0,04} = 25,6454 \right) = \mathbf{\$ 1.025,826}$$

└─ Fator

Solução dada pelo Sr. Price :

Procure na Tábua IV (Tábua II dos nossos livros), na coluna da Taxa de Juro 4,00% a.a. a quantidade de anos = 18 e encontra o fator que é 25,6454 ;
então : $40 \cdot 25,6454 = \mathbf{\$ 1.025,8165}$.

Importante : É o mesmo texto do exemplo 1.

Tem na fl. 165 as Questão III e Questão IV e exemplos de cálculos dos números de anos para a formação de determinada Reserva Técnica e para o Pagamento de Benefícios.

Exemplo 3 : Qual o número de anos necessários para formar um Montante de uma contribuição dada a uma determinada Taxa de Juros

Os dados do exemplo são : $n = ? ; i = 4,00\% \text{ a.a. } ; pmt = \$ 40,00 ; FV = \$ 1.025,8165$

A partir de 1970 estes dados são inseridos na HP-12C nesta sequência.

$n = ? ; i = 4,00\% ; FV = - \$ 1.025,816 \text{ e } pmt = \$ 40,00$

- Utilizando a Tábua IV (Tábua II dos nossos livros)

$$FV = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

└───┬───┘ Fator
└───┘ Contribuição

Colocando os dados do Exemplo 3, temos :

$$\$ 1.025,8165 = \$ 40 \cdot \frac{(1,04)^n - 1}{0,04}$$

└───┬───┘ Fator
└───┘

Solução dada pelo Sr. Price :

Divido $\frac{1.025,8165}{40}$ e encontro o quociente = 25,6454

Procura na Tábua II este quociente na coluna de juro de 4,00% a.a. e encontra o número de anos (que pode ser aproximado).

O quociente é 25,6454 e na coluna de 4,00% ele é encontrado no 18 que é a quantidade de anos.

Importante : É o mesmo texto do exemplo 1.

Exemplo 4 : Questão IVCálculo do número de anos para pagar determinado valor de uma aposentadoria (benefício)

Durante quanto tempo será pago ao Assistido determinado valor de aposentadoria de uma Reserva Técnica dada (Montante) a determinada Taxa de Juro.

O exemplo é : Determinada pessoa tem \$ 1.000,00 e quer retirar anualmente \$ 10,00. Em quanto tempo poderá retirar \$ 10,00 anualmente, aplicado a uma Taxa de Juro de 4,00% a.a. até zerar esta Reserva Técnica.

Os dados do exemplo são : $n = ? ; i = 4,00\% \text{ a.a. } ; pmt = \$ 10 \text{ e } FV = - \$ 1.000,00$

A partir de 1970 estes dados são inseridos na HP-12C nesta sequência:

$n = ? ; i = 4,00\% ; pmt = \$10,00 \text{ e } FV = \$1000,00$

- Utilizando a Tábua IV (Tábua II dos nossos livros) temos :

$$FV = \text{pmt} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

└───┬───┘ Fator
└───┘ Contribuição

Inserindo os dados da Questão 4, temos :

$$\$ 1.000,00 = \$ 10 \cdot \frac{(1,04)^n - 1}{0,04}$$

└───┬───┘ Fator

Solução dada pelo Sr. Price :

Divida o valor da Reserva Técnica (Montante) pelo valor da aposentadoria e encontra o quociente (fator) 100 ; Pode ser aproximado ; procure na Tábua II na coluna de 4,00% este fator 100 e encontra 41 (aproximadamente) que é a resposta.

Importante : É o mesmo texto do exemplo 1.

Nos tempos dos estudos do Sr. Price (1771 a 1791)

└───┬───┘ seu óbito
 └───┘ publicação da 1ª edição do seu livro

ainda não havia a Tábua VI (e não ensinada no Brasil até 1970) e cuja dedução, hoje, para a sua definição vem da Tábua II :

$$FV = \text{pmt} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

└───┬───┘ Fator
└───┘ Valor de Contribuição

deduzindo, temos :

$$\text{pmt} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} FV \quad (\text{é o inverso da Tábua II})$$

└───┬───┘ Tábua VI
└───┘ Valor do Benefício

Inserindo os dados na HP 12C :

$$n = ? ; i = 4,00\% ; \text{pmt} = \$ 10,00 \text{ e } FV = -\$ 1.000,00 \therefore n = 42$$

Este Autor – Referência 2 – analisa em seu livro Tabela Price, à fl. 179 – Parte I – Observações Gerais da Natureza do Anatocismo na Tabela Price – estes cálculos realizados pelo Sr. Price em 1771 e aqui expostos, em resumo e conclui :

1- Suponha que um financiamento de um imóvel tenha os seguintes dados :

Capital = PV = \$ 100.000,00 ; Prazo = n = 12 meses ;

Taxa de Juro = i = 5,00% a.m. ; Prestação = pmt = R\$ 11.282,61 pela Tabela Price

Comentamos : Colocando estes dados na HP-12C temos :

$$n = 12 ; i = 5,00 ; PV = 100.000,00 \text{ e } \text{pmt} = ?$$

A HP-12C entende que é $PV = 100.000,00$ e calcula pmt como prestação e encontra R\$ 11.282,541.

No estudo da matemática financeira esta é a Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas iguais, mensais, etc, anuais e sucessivas e conhecida como Sistema Francês de Amortização (erroneamente denominado, aqui no Brasil, de Tabela Price).

Está tudo correto.

2- Este Autor – Referência 2 – seguindo nos seus estudos, na fl. 180 aborda o Juro Composto e toma o mesmo exemplo e calcula :

$$100.000,00 \cdot (1,05)^{12} = \$ 179.585,63$$

Comentamos : Colocando estes dados na HP-12C temos :

$$n = 12 ; i = 5,00 ; PV = 100.000,00 \text{ e } FV = ?$$

A HP-12C entende que quer saber o Montante = FV, calcula e encontra \$ 179.585,67.

No estudo da matemática financeira esta é a Modalidade Três de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em pagamento único na data da liquidação do contrato, do valor emprestado mais os juros compostos do período.

Este Autor – Referência 2 – na fl. 205 afirma que o custo do financiamento do imóvel pago até o final do contrato pode ser apurado por meio da Tábua $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ – Tábua IV do Sr. Price, Tábua II dos nossos livros :

$$FV = \$ 11.282,541 \cdot \left[\frac{(1,05)^{12} - 1}{0,05} = 15,91712652 \right] = \$ 179.585,63$$

e, para calcular o “ valor da prestação ”, aplica na HP-12C :

$$n = 12 ; i = 5,00 ; FV = 179.585,63 ; pmt = ?$$

e encontra R\$ 11.282,541.

A HP-12C reconhece o FV e deste modo, a HP-12C utiliza a Tábua VI – $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$

e encontra o valor de R\$ 11.282,541 mas, neste caso, não é o valor da prestação, é o valor do benefício.

O valor da prestação é o encontrado no item 1, quando o Autor – Referência 2 – inseriu o valor do PV (valor do empréstimo).

O Autor – Referência 2 – não distinguiu PV de FV.

O Autor – Referência 2 – afirma no seu livro as seguintes menções :

Na fl. 22 diz :

“ Por que o Brasil é o único país a “ homenagear ” Price batizando suas tabelas com o seu nome ” :
TABELA PRICE.

Destacamos : As tabelas utilizadas pelo Sr. Price foram :

$(1+i)^n$ Tábua III - Estudo do Sr. Price sobre as Dívidas da Coroa Inglesa

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \text{Tábua IV} \quad - \quad \text{Estudo do Sr. Price para as Seguradoras ;}$$

Ambas calculam Montantes.

“ Possui a Tabela Price juro composto ? ”

Este livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça responde : ambas as Tábuas possuem juros compostos e anatocismo.

Autores e Professores denominam estas duas tabelas de Tabela Price.

Este livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça responde : tudo isto está correto. Entretanto, estas duas Tábuas e mais a Tábua VI na fl. 29 que também tem Juros Compostos e Anatocismo, não têm relações com o Sistema Francês de Amortização.

Nas fl's. 27 / 28 diz :

“ Os estudos do Sr. Price foram para a Seguradora Equitable Society da Inglaterra que publica a sua mais famosa obra de estatística, voltada para o ramo de Seguro, Northampton Mortality Tables e em 1771 seria publicada a obra final sobre o assunto ... sob o título OBSERVATIONS ON REVERSIONARY PAYMENTS ” ou seja, o pagamento de aposentadorias e pensões ... relacionadas à Rendas Vitalícias, mas principalmente, a coleção das “ Tabelas de Juro Composto ” batizadas no Brasil de Tabela Price ”.

“ Em 1771 seria publicada a obra final sobre o assunto Observations on Reversionary Payments.

Nesta obra Price explica os Esquemas de Provisão de Anuidades a Viúvas e Idosos ; o modo para o cálculo dos valores de Seguros de Vida ; ... Rendas Vitalícias * , mas, principalmente a coleção das Tabelas de Juro Composto, batizadas no Brasil como Tabela Price ... ”.

Na fl. 29 diz :

“ É nessa obra que o Price expõe seu conceito e método utilizado no Sistema de Pagamentos periódicos com direito à remuneração em benefícios ou seja, para se calcular o valor de uma série uniforme de pagamentos consecutivos e durante um certo tempo, para receber uma remuneração futura pelo pagamento de Rendas Certas em aposentadorias e seguros ”.

“ Confecciona também a fórmula que produz a recuperação de capital a *Juro Composto* que é a mesma coisa que *juro sobre juro* pelo Sistema de Pagamentos Parcelados, pela qual se pode comparar e notar que o PRESTAMISTA, detentor do capital, terá recebido no final, pelo sistema de pagamento parcelado, o mesmo valor que se teria capitalizado, na aplicação de um capital do mesmo valor a juro composto ”.

Importante :

O Autor – Referência 2 – confundiu :

Fator de Recuperação de Capital – Tábua III – Cálculo do Valor da Prestação – pmt
com

Fator de Fundo de Amortização – Tábua VI – Cálculo do Valor de Benefícios – pmt

Esta é a Tábua VI – $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ – Fator de Fundo de Amortização, só publicada aqui no Brasil a partir de 1977.

A Tábua III dos nossos livros – $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ – Fator de Recuperação de Capital – é que calcula o valor da prestação.

* Referência 2

O ASSISTIDO (aposentado, pensionista) NÃO É PRESTAMISTA

O Autor – Referência 2 – toma os trabalhos realizados pelo Sr. Price em 1771 e, nos seus exemplos, ao calcular o valor do benefício para o Assistido, conclui que calculou o valor de uma prestação.

Ou seja, calculou o pmt (fator de fundo de amortização) e concluiu que este pmt é o fator de recuperação de capital.

O Assistido Recebe, não Paga e não é Prestamista

Este Autor – Referência 2 – (com outros dois expositores) participaram da Audiência Pública em 29.02.2016 no STJ sobre capitalização de juros e expuseram estas três fórmulas (Tábuas) utilizadas pelo Sr. Price e denominadas, aqui no Brasil, de Tabela Price e “ e que limitaram apresentar fórmulas para demonstrar que a Tabela Price nada mais é que a capitalização de juros ”. Assim, este Autor continua coerente com o que está exposto no seu livro Tabela Price *. Mas estas três Tábuas que contêm juros compostos e anatocismo, não têm quaisquer relações com o Sistema Francês de Amortização (erroneamente denominado Tabela Price e que está relacionado à Tábua III dos nossos livros). Ver no item 6 adiante.

Este Autor – Referência 2 – conclui, de modo contraditório na fl. 21, quando diz :

“ Sua obra que se encaixa no tema deste trabalho, é justamente o que influencia o dia a dia de milhares de pessoas, afinal sua metodologia de cálculo, desenvolvida em 1771, é utilizado no Brasil como instrumento para se calcular as prestações dos financiamentos habitacionais e dos bens de consumo duráveis.

Embora tenha sido idealizada basicamente para seguro de vida ... ”.

“ É neste seu trabalho matemático que Price desvenda os mistérios do “ *juro composto* ” ou “ *anatocismo* ” como queira, pois estas duas palavras são sinônimos, ...”

Obs.: Este livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça afirma : com base no livro Referência 2 o Sr. Price não fez este estudo sobre o Sistema Francês de Amortização.

O Sr. Price calculou o valor de benefícios.

Este livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça afirma : concorda quando realiza o cálculo do Montante baseado nas suas Tábuas de Mortalidade e utilizando a Tábua IV, Tábua II dos nossos livros, para calcular Reservas Técnicas.

III - Um Fato Importante Aqui no Brasil :

Autores e Professores na Declaração em 2004, 86,36% dos Peritos Judiciais, Consultores, Defensores de Teses de Mestrado, de Doutorado, “ sequestram ” este estudo do Sr. Price para o Fundo de Pensão que utiliza a Tábua VI e afirmam (que este estudo) refere-se à Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos, conhecido como Sistema Francês de Amortização e estes Autores, denominam o Sistema Francês de Amortização de TABELA PRICE e que nas prestações têm juro composto e anatocismo.

Ver as opiniões destes Autores, Professores, no livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça nas Referências 2, 8, 10, 11, 13, 14 e 16.

Ver no site www.periciajudicial.adm.br na Trilha : periciajudicial / contratos de empréstimos e financiamentos / Resumo do Livro / Referências Bibliográficas, estes artigos e teses.

Conclusão : Em termos de Matemática Financeira este foi o estudo do Sr. Price e estas Quatro Tábuas Financeiras já existiam.

A intensa e importante colaboração do Sr. Richard Price está nas definições dos n's.

n = quantidade de anos de contribuição para calcular a Reserva Técnica e consequentemente formação da Reserva Técnica.

n = quantidade n de anos de recebimento de benefícios em vida pelo aposentado e depois, o n de anos recebidos pela Viúva.

* Referência 2

As estatísticas de nascimentos, óbitos, idade do casamento, tempo de vida a dois, óbito do marido e outros, os cálculos de probabilidade e conseqüentemente, as TÁBUAS DE MORTALIDADE, este foi o trabalho do Sr. Price.

Leia os seus livros no www.periciajudicial.adm.br no combo Livros do Sr. Richard Price.

O outro trabalho do Sr. Price foi sobre a Dívida da Coroa Inglesa. Neste estudo o Sr. Price utilizou a Tábua III (Tábua I dos nossos livros) – $(1+i)^n$.

E nada há a opor com relação à este seu trabalho.

A sua “ profecia ” sobre o Juro Composto que refere-se à este trabalho é pertinente e nada tem a haver com o Sistema Francês de Amortização. Vamos repetir a sua “ profecia ” :

“ One penny put out at our Saviour’s birth to five per cent. compound interest, would, in the present year 1781, have increased to a greater sum than would be contained in TWO HUNDRED MILLIONS of earths, all solid gold. But, if put out to simple interest, it would, in the same time have amounted to no more than SEVEM SHILLINGS AND SIX-PENCE.”

IV - Cálculos Realizados pelo Sr. Price em seu livro em 1771

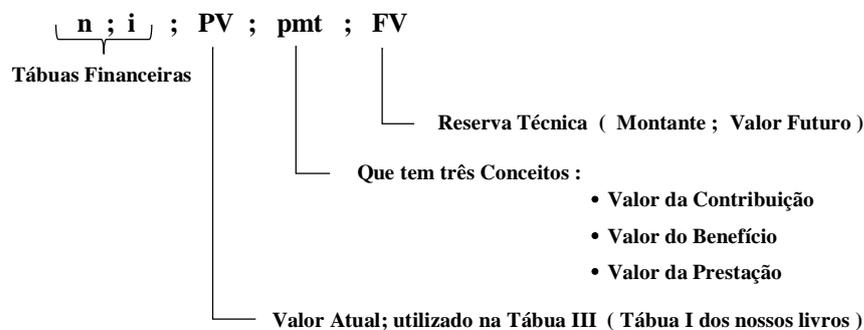
Os cálculos realizados pelo Sr. Price estão expostos no seu livro do século XVIII (1ª edição em 1771, 4ª edição em 1783 até a 7ª edição em 1812) e estes cálculos estão baseados nas Quatro

Tábuas Financeiras : $\frac{1}{(1+i)^n}$, $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$, $(1+i)^n$ e $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ que são as mesmas até hoje, sendo que, a Tábua a seguir $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$, a hoje Tábua VI, ainda não havia sido calculada.

Mesmo assim, o Sr. Price realizou cálculos baseado nela.

Matematicamente ela é o inverso da Tábua $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$.

Os mesmos fundamentos matemáticos aplicados pelo Sr. Price estão, atualmente, programados na memória da HP-12C de 1970, ao utilizar os 5 elementos nos seus estudos :



que, combinados 4 a 4 sendo, um deles, a incógnita do problema, soluciona todas as questões relacionadas à Montante, Valor da Contribuição, Valor do Benefício.

Importante : Em nenhum momento teremos análises relacionadas ao Sistema Francês de Amortização, pois não tem o pmt – Valor da Prestação – calculado pela Tábua III

dos nossos livros $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ que não foi utiliza pelo Sr. Price.

Utilizando a Tábua I (Tábua IV dos nossos livros) temos :

Exemplo : 1- Que depósito faço hoje – PV – , para receber daqui a n anos (10 anos) o Montante de \$ 10.000,00 aplicado a taxa de juro de 4,00% a.a.

$$FV = PV \cdot (1+i)^n$$

$$10.000 = PV \cdot (1,04)^{10} ; \text{deduzindo :}$$

$$PV = 10.000,00 \cdot \frac{1}{(1,04)^{10}} \rightarrow PV = \frac{10.000}{(1,04)^{10}} = \frac{10.000}{1,480244285} = \$ 6.755,64$$

Tábua I = Tábua IV dos nossos livros ;
Desconto Composto – Sistema Alemão
Modalidade UM de Pagamentos

Utilizando a Tábua III (Tábua I dos nossos livros) temos :

Exemplo : 2- Qual o Montante de \$ 10,00 aplicado a juros anuais de 4,00% a.a. por 30 anos

$$FV = PV \cdot (1+i)^n = 10 \cdot [(1,04)^{30}] = 3,2433975 = \$ 32,43$$

└─ Tábua III = Tábua I dos nossos livros
└─ Valor aplicado hoje

Utilizando a Tábua IV (Tábua II dos nossos livros) temos :

Exemplo : 3- Qual o Montante de uma contribuição anual de \$ 40 a 4,00% a.a. durante 18 anos

$$FV = 40 \cdot \left(\frac{(1,04)^{18} - 1}{i} = \frac{(1,04)^{18} - 1}{0,04} = 25,64541 \right) = \$ 1.025,816$$

Exemplo : 4- Qual o Montante de uma contribuição (anual) de \$ 10,00 por 30 anos a juro de 4,00% a.a.

$$FV = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 10 \cdot \left(\frac{(1,04)^{30} - 1}{0,04} = 56,084937 \right) = \$ 560,849$$

└─ Tábua IV = Tábua II
└─ Valor de Contribuição

Exemplo : 5- Que valor devo depositar anualmente (contribuição) para obter o Montante de \$ 10.000,00, após 10 anos, a juro de 4,0% a.a.

$$10.000 = pmt \cdot \left(\frac{(1,04)^{10} - 1}{0,04} = \frac{0,480244285}{0,04} = 12,006 \right) \therefore pmt = \frac{10.000}{12,006} = \$ 832,91$$

└─ Contribuição
└─ FV (Reserva Técnica)

Utilizando a Tábua VI – Cálculo da ANNUITY (Renda Anual)

Exemplo : 6- Qual o valor do Benefício, deste Montante de \$ 10.000,00, estimado pagá-lo por 10 anos a 4,00% a.a.

$$pmt = 10.000 \cdot \left(\frac{0,04}{(1,04)^{10} - 1} = 0,083291 \right) \rightarrow pmt = \$ 832,91 / \text{ano}$$

└─ Tábua VI
└─ Valor de Benefícios

▪ Ou então, pelo “ complicômetro ”, por não existir a Tábua VI = $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$

Temos esta igualdade matemática : (Ver Referência 1, fl. 318)

Como $\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - i$ onde $n = 10$ e $i = 4\%$, temos :

Tábua VI Tábua III

$$\frac{1}{12,006107} = \frac{1}{8,110895835} - i$$

$$0,0832909 = (0,1232909 - 0,04) = 0,0832909$$

$$\text{Tábua VI} = \text{Tábua III} - i$$

Ver o livro do Sr. Price no site www.periciajudicial.adm.br.

V - ANNUITY (Renda Anual para IDOSOS e VIÚVAS)

Sobre o estudo para calcular a Renda Anual (Annuity) para Idosos e Viúvas, o **Sr. Price tem, no Índice do seu livro de 1771 – Observations on Reversionary Payments**, os seguintes itens :

Capítulo I – fl's. 1 a 63

- Questões relativas ao Esquema para garantir o pagamento de Rendas Anuais e os Valores de Seguros de Vidas.
- Indica (as fl's. 319 a 322) para consultar as Tábuas VI e VII do APPENDIX que calculam o Valor Presente de uma ANNUITY de acordo com **De Moivre's Hypotesis** e Outros e fundamentado em Tábuas de Mortalidade.

Ver as Tábuas de Mortalidade III, IV e V – fl's. 316 e 318

Capítulo II – Composto de 5 Seções – fl's. 64 a 115

Analisa diversas sociedades que provêm as ANNUITIES (Rendas Anuais) para Viúvas e Idosos de acordo com as Tábuas de Probabilidade

Capítulo III - fl's. 116 a 141 – O Crédito Público e a Dívida Nacional

Analisa a Dívida da Coroa Inglesa utilizando a Tábua III (Tábua I dos nossos livros) Obs.: Este é o outro estudo do Sr. Price e sem relação com o estudo da ANNUITY

ENSAIOS – Publica Quatro Estudos que dão suporte aos Planos das Sociedades estudadas no Capítulo II – fl's. 136 a 221.

APPENDIX – Mostra várias Notas e demonstrando Controvérsias – fl's. 277 a 308.

Contém demonstrações Algébricas ; Tábuas ; e Regras referentes ao aumento do Dinheiro decorrente do Juro Composto sobre os trabalhos analisados pelo Sr. Price – “ Increase of Money Bearing (deu frutos, cria = render juros) Compound Interest ”.

Tábuas de Mortalidade III a XIV que estão publicadas às fl's. 316 a 333

Publica também as Tábuas I e II que são as Tábuas Financeiras IV e V dos nossos livros que calculam o Valor Atual de 1 e de n Termos – fl's. 309 a 315.

Faz comentário sobre estas Tábuas I e II (Tábuas IV e V dos nossos livros) às fl's. 334 a 341.

Nossos Comentários :

Nestes estudos dos Capítulos I e II do livro do Sr. Price, analisam as ANNUITIES para pagar benefício a Viúvas (os maridos provinham um fundo para as suas esposas) e a Idosos (Tábuas de Mortalidade VI e VII do livro).

Os cidadãos faziam os seus “ pé de meia ” para a sua velhice – o Sr. Price estudou esta matéria e nos seus ENSAIOS (ESSAY de I a IV) e fundamentado nas Tábuas de Mortalidade – Tábuas III, IV, V, VIII a XIV – expunha a sua opinião.

Eram e são matérias controversas e o Sr. Price, no seu livro, destaca estes erros. Estas Tábuas de Mortalidade necessitam de aperfeiçoamentos contínuos.

Obs.: É um conselho para a Direção da PETROS.

Ver a INTRODUÇÃO e o APPENDIX . As “ associações ” (SOCIETIES) analisavam continuamente os seus deficit´s, nos aperfeiçoamentos de suas Tábuas de Mortalidade.

On The Public Credit and the National Debt - No Capítulo III

O Sr. Price afirma que a Dívida da Coroa Inglesa desperta o interesse de todos e que fará alguns comentários sobre esta dívida que aumenta com guerras e tornando uma “ bola de neve ”.

Neste seu estudo é aplicada a fórmula $-(1+i)^n$ – Juro Composto – Tábua I do nosso livro ; Tábua III utilizada pelo Sr. Price.

Recomendou a formação de um Fundo – SINKING FUND – e que foi aceito por William Pitt – O NOVO – 1º Ministro da Gran Bretanha em 1786.

Obs.: Nos tempos atuais a Modalidade Dois de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos recomenda a formação de um Fundo de Amortização ou seja, o Devedor, durante o período do contrato de Empréstimo, vai formando uma Reserva na proporção do tempo de duração deste contrato para que, na data do seu vencimento, disponha dos recursos financeiros suficientes para pagar o valor do principal.

As contribuições para este fundo são aplicadas e rendem juros. Ver a Tábua II – $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ dos nossos livros.

Esta Modalidade DOIS é conhecida como Sistema Americano e está em desuso.

Escreveu sobre Demografia e Finanças e foi “ fellow of the Royal Society ”.

Pensando bem : O Sr. Price poderia ter sugerido a Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas iguais e sucessivas e, no seu tempo, anuais, conhecida como Sistema Francês de Amortização, para pagar os empréstimos da Dívida da Coroa Inglesa e também, o Método Hamburguês ainda não era conhecido.

PROVAVELMENTE O SR. PRICE NÃO CONHECIA ESTA MODALIDADE QUATRO.

Analizou, sugeriu e foi aceito o SINKING FUND.

Importante : Este resumo está à disposição dos visitantes deste site, para discussão. A leitura deste livro do Sr. Price mostra a abrangência da discussão, no meado do século XVIII, sobre

os produtos **das Societies** da época e a preocupação das Sociedades de Mútuos com o amparo à Viúvas e Idosos.

O Sr. Price fundou em 1762 a Equitable – primeira companhia de Seguros de Vidas.

Hoje temos a Previdência Pública e os Fundos de Pensão.

VI - A Formação do Sinking Fund (Fundo de Amortização) que, no estudo da matemática financeira, é sugerido para a Modalidade Dois de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos, funciona do mesmo modo que o cálculo para a formação de uma Reserva Técnica para um Fundo de Pensão.

Exemplo :

- Tomo um empréstimo de \$ 10.000,00 por 10 anos pela Modalidade DOIS, pagando os juros do período e formando um Fundo de Amortização (Sinking Fund).

A aplicação neste fundo rende 10% a.a.

Quanto devo depositar anualmente ? (pode ser qualquer período e qualquer taxa de juro)

$$FV = pmt \cdot \frac{(1+i)^{10} - 1}{i} \quad \text{onde } i = 0,10\% \text{ e } n = 10$$

$\frac{(1+i)^{10} - 1}{i}$ — fator de acumulação de capital – Tábua II
 pmt — aplicação anual (?) (pode ser qualquer período)
 FV — \$ 10.000,00

Deduzindo, temos :

$$pmt = 10.000 \cdot \left(\frac{0,10}{(1,10)^{10} - 1} = \frac{0,10}{1,59374246} = \mathbf{0,0627453} \right) = \$ 627,45$$

$\frac{0,10}{(1,10)^{10} - 1}$ — Tábua VI

- Ou então, pelo “ complicômetro ”, por não existir a Tábua VI = $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$

Temos esta igualdade matemática : (Ver Referência 1, fl. 318)

$$\text{Como } \frac{1}{S_{n|i}} = \frac{1}{a_{n|i}} - i \quad \text{onde } n = 10 \text{ e } i = 10\%, \text{ temos :}$$

$$\frac{1}{15,937424} = \frac{1}{6,114567} - i$$

$$\mathbf{0,0627453} = (\mathbf{0,1627453} - \mathbf{0,10}) = \mathbf{0,0627453}$$

$$\mathbf{Tábua VI} = \mathbf{Tábua III} - \mathbf{i}$$

A prova :

$$FV = 627,45395 \cdot \left(\frac{1,59374265}{0,10} = 15,93742461 \right) = \$ 10.000,00$$

$627,45395$ — aplicação anual

Ver neste site www.periciajudicial.adm.br os Artigos :

- A Origem dos Seguros e da Renda Certa
- As Tontines
- Os Contemporâneos do Sr. Richard Price
- Lorenzo de Tonti
- Sete Choques de Conhecimentos
- Sinking Fund
- William Pitt – The Younger – 1º Ministro do Reino Unido – duas vezes – 1783 a 1801 e 1804 a 1806
- e os demais

que colocam o Sr. Price no contexto histórico, no século XVIII na Inglaterra, pelos seus estudos das Tábuas de Mortalidade e sobre a Dívida Pública do Reino Unido e Vs. (leitores deste site) podem concluir que o Sistema Francês de Amortização foi tratado por Autores Franceses.

Para conhecer William Pitt – The Younger, entre no Google com esta identificação **William Pitt O Jovem**. Foi 1º Ministro do Reino Unido duas vezes. Em 1783 a 1801 quando, com a colaboração do Sr. Price, implantou o Sinking Fund em 1786 e de 1804 a 1806, quando faleceu.

Esclarecimento : As Referência 1 e Referência 2 citadas neste artigo são as Referências Bibliográficas do livro **Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça**.

Ver estas Referências neste site www.periciajudicial.adm.br na Trilha Perícia Judicial / Contrato de Empréstimos e Financiamentos / Livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça / Resumo do Livro.

Rio, junho de 2018