

# DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA

(Do Manual do Proprietário da HP 12C) <sup>1</sup>

- É um modo prático de apresentar as QUATRO MODALIDADES DE PAGAMENTOS DE EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS
- É um bom momento para **distinguir**, com base nestes gráficos do Fluxo de Caixa, - **as atividades do mercado financeiro de INVESTIMENTOS, nacional e mundialmente que utilizam a Tábua II –  $(1+i)^n - 1$ , como FACILITADORA DE CÁLCULOS DE MONTANTES e**  
**i**  
**originária da Soma dos Termos de Uma Progressão Geométrica**, - das MODALIDADES TRÊS e QUATRO de pagamentos e originárias do Juro Composto e do Desconto Composto.

1 – Ver adiante

O Presidente do CFA pelo Ofício Circular número 95/2020 / CFA de 08.08.2020,  
extinguiu abruptamente a – CEPAJ.

Esta matéria, de vital importância para o Administrador, ficou órfã.

Pedro Schubert\*

Rio, 24 de Novembro de 2021

Administrador, Autor, Professor FGV-Rio, Perito Judicial TJ-RJ e Varas Federais, Contador.  
Membro da Comissão Especial de Perícia Judicial, Extrajudicial e Administração Judicial –  
CEPAJ – do Conselho Federal de Administração – CFA

## ÍNDICE

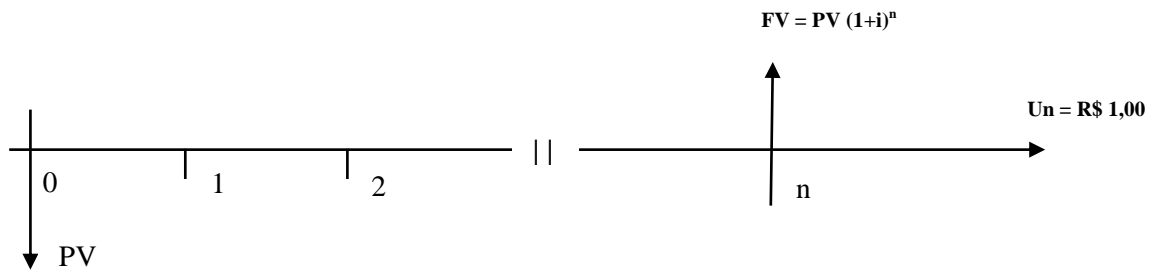
1 – <b>MONTANTE</b> – (Neste ambiente TRABALHOU o Sr. Richard Price em 1771 – 1791)	3
1.1 - Da Tábua I – $(1+i)^n$ – <b>Modalidade TRÊS</b> - 1 Termo – Juro Composto	3
<b>Conhecida como Fator de Capitalização</b>	
1.2 - Da Tábua II – $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ – de n Termos Iguais – Juro Composto	4
<b>Conhecida como Fator de Acumulação de Capital</b>	
1.3 - Da Tábua VI - $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ - <b>Conhecida como Fator de Fundo de Amortização</b>	7
2 – <b>VALOR ATUAL</b> – (Neste ambiente o Sr. Richard Price NÃO TRABALHOU)	8
Aqui reinam o Sistema Francês de Amortização, bem como o Método do Fluxo de Caixa Descontado	
2.1 – Da Tábua IV - $\frac{1}{(1+i)^n}$ - 1 Termo – Desconto Composto	9
<b>Modalidade UM – 1 Termo - Sistema Alemão – Desconto Composto</b> <b>Conhecida como Fator de Desconto</b>	
2.2 – Da Tábua V - $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ – de n Termos Iguais – Prestação – Desconto Composto	11
<b>Modalidade QUATRO - Sistema Francês de Amortização – n prestações iguais</b>	
2.3 – Vejamos DOIS Diagramas de Fluxos de Caixa Aparentemente Iguais	13
3 - Realizando Cálculos Entre as MODALIDADES UM, TRÊS E QUATRO	16
4 - Por Fim a MODALIDADE DOIS – EM DESUSO	19
5 - APLICANDO A TEORIA DE REINVESTIMENTOS	21

# 1 - MONTANTE – Neste ambiente TRABALHOU o Sr. Richard Price em 1771 - 1791

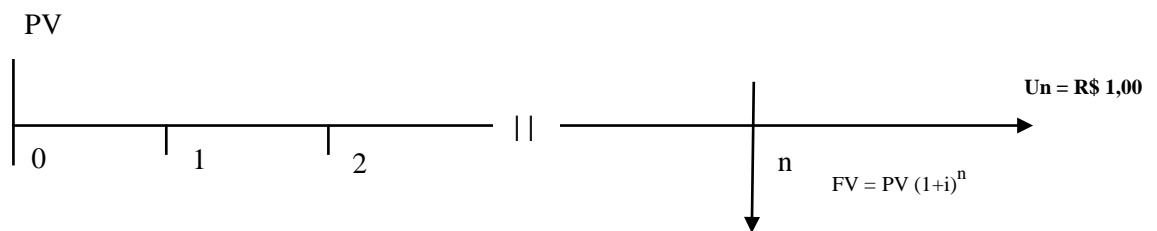
## 1.1 - Da Tábua I – $(1+i)^n - 1$ Termo - Juro Composto

### MODALIDADE TRÊS

Para quem empresta ou financia

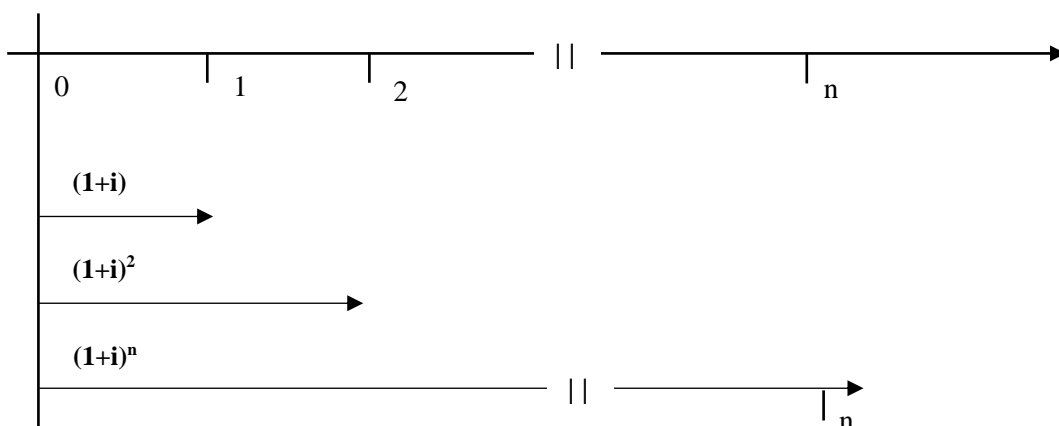


Para o Financiador



Para 1 a n (Termos) : empréstimos ou financiamentos :

Graficamente, temos:



Obs: Cada empréstimo ou financiamento parte da DATA ZERO

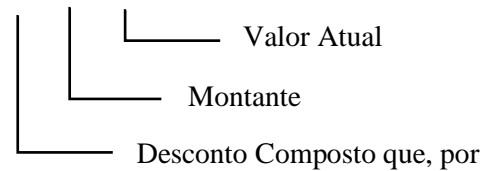
Exemplo:  $n = 3$  ;  $i = 10,00\%$  ;  $FV = ?$





**Juro Composto porque é igual à Soma dos Termos de Uma Progressão Geométrica.**

A matemática financeira demonstra que, a partir do Juro Composto  $-(1+i)^n$ , – define o que é DESCONTO COMPOSTO =  $D = C - A$



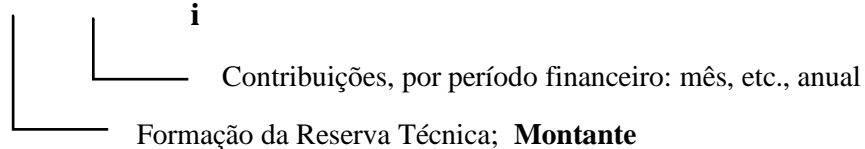
dedução Matemática, **chega à Tábua V –  $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$  – “onde mora” o Sistema Francês de Amortização**

Ver neste site na TRILHA:

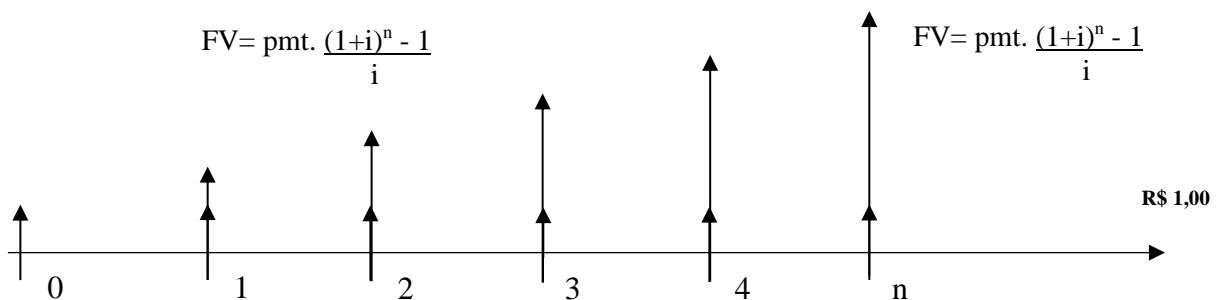
- Juros – (Matemática Financeira) / A HISTÓRIA / O Que Fez (E O Que Não Fez) Richard Price no Século XVIII – 1771 / 1791
- Sistema Francês de Amortização
- MATEMÁTICA FINANCEIRA – As Verdades Que Precisam Aparecer

**Na representação pelo Diagrama do Fluxo de Caixa temos:**

$FV = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$  – Tábua II

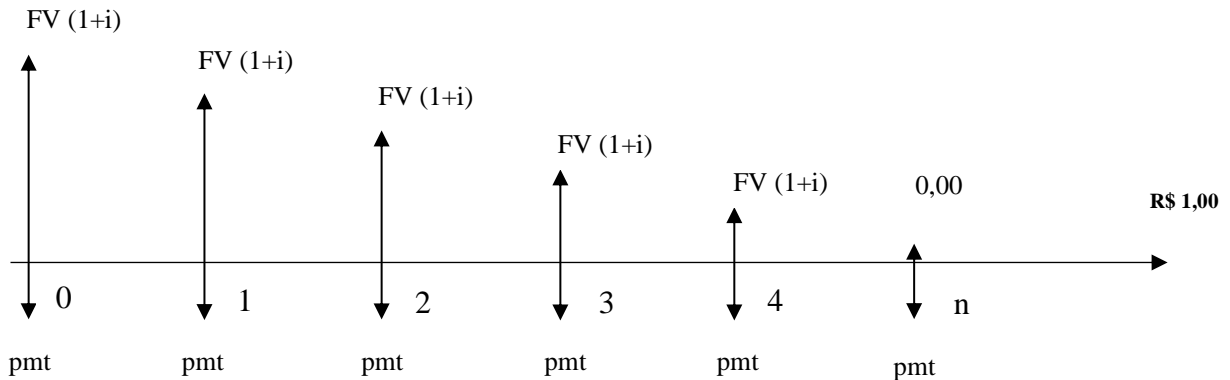


**Durante o Período de Contribuição:**



**Importante:** Aplicado em quaisquer operações de Investimentos de  $n$  Termos Iguais –  $pmt$  – durante  $n$  períodos financeiros.  
**Destaque para o Fundo de Pensão.**

### Durante o Período de Distribuição de Benefícios



**Comentamos:** O desafio é para o Atuário que, fundamentado em cadastros bem elaborados dos Participantes (quando contribuem) e dos Assistidos (aposentados e pensionistas) quando recebem os benefícios, **construir** – Tábuas de Mortalidade, de Doenças, de Acidentes e definir o **n** da Tábua II e o **n** da Tábua VI. Com estes **n**'s, calcular o valor do pmt – contribuições e definir o valor do pmt – benefícios

**Importante:** Este foi o trabalho do Sr. Richard Price, em 1771 e estes pmt's – contribuições e pmt's - recebimentos de benefícios não têm NADA A HAVER com a Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortização) de Empréstimos e Financiamentos (em parcelas mensais, iguais e sucessivas) calculadas pelo Sistema Francês de Amortização.

**1.3 - Da Tábua VI -  $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$  Conhecida como Fator de Fundo de Amortização**

Esta Tábua VI, provavelmente pelo pouco uso, só foi publicada aqui no Brasil a partir de 1970.

Foi utilizada, de modo indireto, por Richard Price, no Século XVIII, na forma de FATOR, para calcular o valor do benefício, pois temos:  $FV = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$  que, processada, temos:

$$pmt = FV \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

Valor do benefício de Assistidos

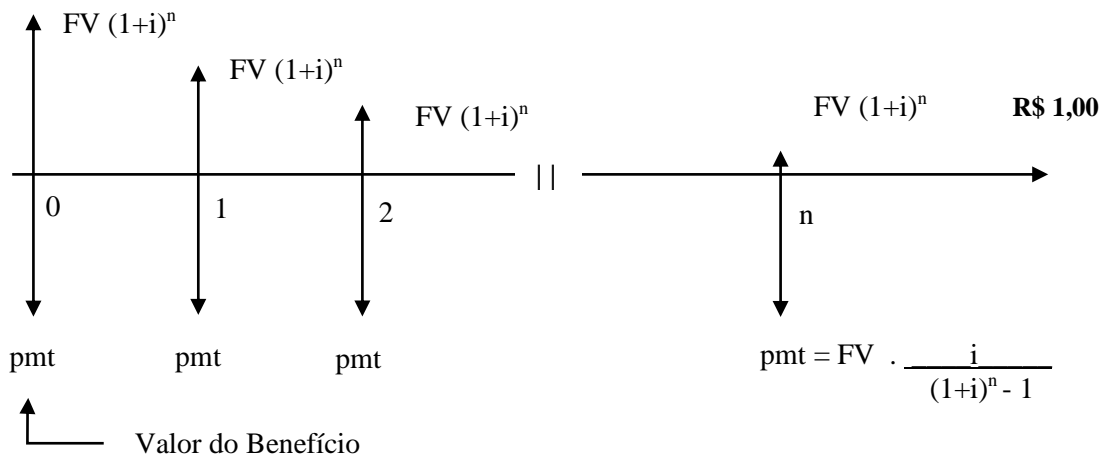
FATOR

Contribuições

### Pagamentos de Benefícios aos Assistidos

A Reserva Técnica – FV – continua sendo aplicada a Juro Composto –  $(1+i)$

Temos o **DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA** :



**Importante:** Aqui no Brasil Autores, Professores, Defensores de Teses, de Doutorado, de Dissertações, Articulistas (Administradores, Contadores, Economistas, Advogados), 86,36% dos Peritos da Região Sudeste e, em consequência, Juízes, Desembargadores, Procuradores **NÃO DISTINGUEM** este cálculo do valor de benefício, do cálculo do valor da prestação, no Sistema Francês de Amortização.

O **DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA** distingue, claramente, esta diferença.

**2- VALOR ATUAL** – Neste ambiente o Sr. Richard Price **NÃO TRABALHOU**.

Aqui reinam o Sistema Francês de Amortização, bem como o Método do Fluxo de Caixa Descontado.

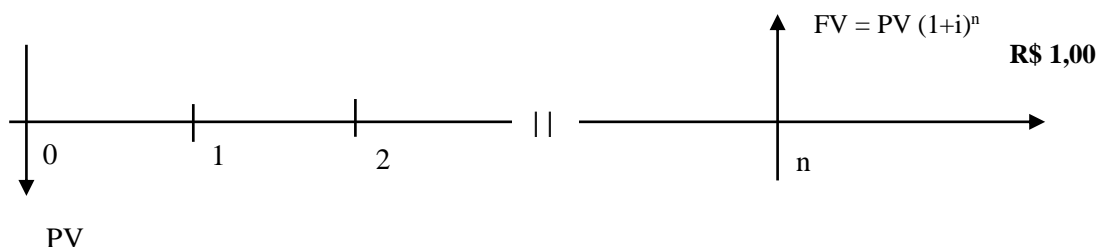


**2.1 - Da Tábua IV  $\frac{1}{(1+i)^n}$  - 1 Termo – Desconto Composto**

**MODALIDADE UM – Sistema Alemão**

**Exemplo: n = 3 ; i = 10,00% ; FV = 1.000,00 ; PV = ?**

**Para Quem Empresta ou Financia :**



$$PV = FV \cdot \frac{1}{(1+i)^n} \quad \text{Tábua IV}$$

$$D = J = FV \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad \text{Tábua V}$$

ou

$$J = C \cdot i \cdot t \quad \text{R\$ 1,00}$$

Exemplo:

$$PV = 1.000,00 \left[ \frac{1}{(1,10)^3} = 0,751315 \right] = 751,315$$

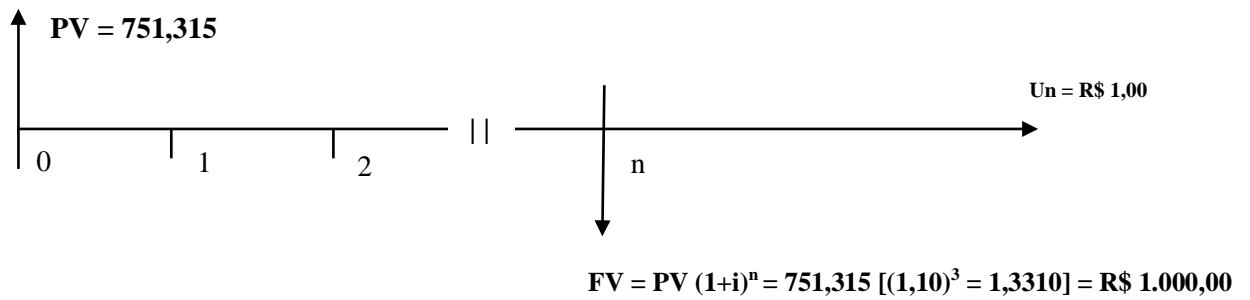
$$J = 1000,00 \cdot 0,10 \left[ \frac{(1,10)^3 - 1}{0,10 (1,10)^3} = 0,248685 \right] = 248,685$$

$\underline{\underline{1.000,00}}$

↑  
 Tábua V

Esta **MODALIDADE UM** corresponde, na operação de **Juro Simples**, ao empréstimo mediante uma nota promissória que calcula o valor do Juro pelo Desconto Simples ou Bancário. **Aqui podemos comparar o custo financeiro da operação com o Juro Simples, com o custo financeiro da operação com o Juro Composto.**

**Para o Financiador**



**COMPARAÇÃO DO CUSTO FINANCEIRO :**

**Se for calculado pelo Juro Simples pelo DESCONTO BANCÁRIO :**

$$n = 3; i = 10,00\% ; FV = 1.000,00$$

Cálculo do Valor do Juro :  $C \cdot i \cdot t$  :

$$1000,00 \cdot 0,10 \cdot 3 = 300,00$$

**Recebimento Líquido:  $1.000,00 - 300,00 = 700,00$**

Se o empréstimo for por 10 meses temos:

$$1.000,00 \cdot 0,10 \cdot 10 = 1.000,00$$

**Recebimento Líquido :  $1.000,00 - 1.000,00 = \text{ZERO}$**

**Se for calculado pelo Juro Composto durante 10 meses e aplicando o DESCONTO COMPOSTO :**

**R\$ 1,00**

**MODALIDADE UM**

**Cálculo do valor do Juro :**

$$D = J = 1.000,00 \cdot 0,10 \left[ \frac{(1,10)^{10} - 1}{0,10 (1,10)^{10}} = 6,144568 \right] = 614,4568$$

$$\text{Líquido Recebido} = PV = 1000,00 \left[ \frac{1}{(1,10)^{10}} = 0,3855433 \right] = 385,5433$$

↑  
Tábua IV

---

**1.000,000**

## CONCLUSÃO

O Juro Composto, com o seu Desconto Composto ( 614,4568), é menos oneroso que o Juro Simples com o seu Desconto Bancário (1.000,00)

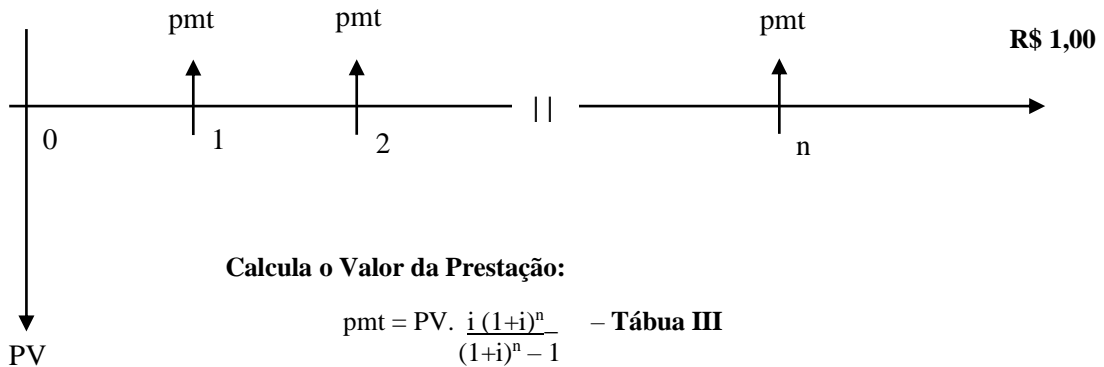
No Juro Simples não recebe NADA enquanto que, no Juro Composto, recebe R\$ 385,5433.

## 2.2 - Da Tábua V - $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ - n Termos Iguais - Prestações - Desconto Composto

### MODALIDADE QUATRO – Sistema Francês de Amortização

Exemplo: n = 3; i = 10,00% ; PV = 1.000,00 ; pmt = ? = 402,1148

Para Quem Empresta ou Financia:



$$pmt = 1000,00 \left[ \frac{0,10 (1,10)^3}{(1,10)^3 - 1} = 0,4021148 \right] = 402,1148$$

$$J = 402,1148 \left[ \frac{(1,10)^3 - 1}{0,10 (1,10)^3} = 2,486852 \right] = 100,0000$$

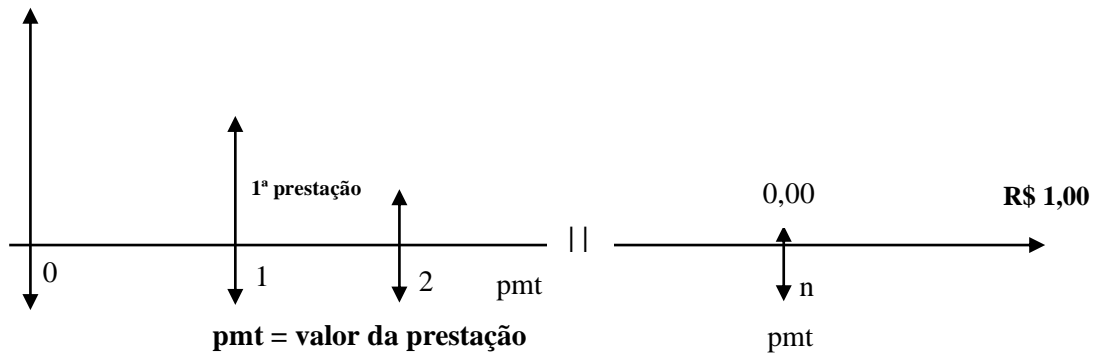
Para o Financiador

Faz o Plano de Amortização

No Prestação	Valor da Prestação	Valor da Amortização	Valor Do Juro	Saldo Devedor
-	-	-	-	1.000,0000
1	402,1148	302,1148	100,0000	697,8852
2	402,1148	332,3263	69,7885	365,5589
3	402,1148	365,5589	36,5559	0,00
TOTAL	1.206,3444	1000,0000	206,3444	-



## Saldo Devedor



$$PV = pmt \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

Valor da Prestação

Valor da Amortização

$$D = J = pmt \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Valor do Juro em cada prestação

Cálculos:

**1 – 1ª Prestação:**  $PV = 402,1148 \left[ \frac{1}{(1,10)^3} = 0,7513148 \right] = 302,1148 \text{ (1)}$

$$D=J= 402,1148 \cdot 0,10 \cdot \left[ \frac{(1,10)^3 - 1}{0,10 (1,10)^3} = 2,4868599 \right] = \frac{100,0000}{402,1148}$$

ou

$$J = C \cdot i \cdot t = 1.000,00 \cdot 0,10 \cdot 1 = \mathbf{100,0000}$$

**2 – 2ª Prestação:**  $PV = 402,1148 \left[ \frac{1}{(1,10)^2} = 0,82644628 \right] = 332,3263 \text{ (2)}$

$$D=J= 402,1148 \cdot 0,10 \cdot \left[ \frac{(1,10)^2 - 1}{0,10 (1,10)^2} = 2,73553719 \right] = \frac{69,7885}{402,1148}$$

ou

$$J = C \cdot i \cdot t = \mathbf{697,7885} \cdot 0,10 \cdot 1 = \mathbf{69,7885}$$

$$\mathbf{3 - 3^a Prestação:} \quad PV = 402,1148 \left[ \frac{1}{1,10} = 0,909090 \right] = 365,5589 \quad (3)$$

$$D=J= 402,1148 \cdot 0,10 \cdot \left[ \frac{(1,10)-1}{0,10 (1,10)} = 0,909090 \right] = \frac{36,5589}{402,1148}$$

ou

$$J = C . i . t = 365,5589 . 0,10 . 1 = \mathbf{36,5589}$$

$$\Sigma PV = (1+2+3) = \mathbf{1.000,0000}$$

**Importante:** Estes cálculos não têm relações com os cálculos da Tábua VI

## 2.3 - Vejamos DOIS Diagramas de Fluxos de Caixa Aparentemente Iguais :

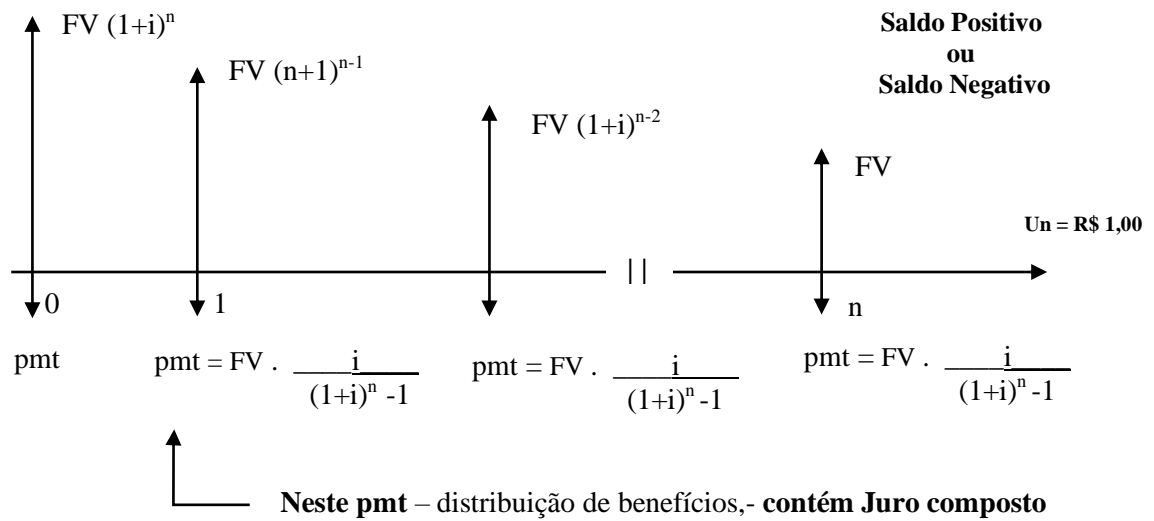
### 2.3.1 – Pagamentos de Benefícios - $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ - Tábua VI

É utilizada a partir do momento que o Participante de um Fundo de Pensão se aposenta e que contribuiu para a formação de uma Reserva Técnica - **Montante - FV** – durante certo período de tempo **n** e contribuindo com – **pmt** – contribuições:

$$pmt = FV \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \mathbf{Tábua VI}$$

## O Diagrama do Fluxo de Caixa

### Reserva Técnica - Montante



**Importante:** Nesta operação o Montante – FV- continua aplicado e acumulando juros compostos a cada período financeiro.

### 2.3.2 –Amortizações (Pagamentos) de Prestações – $\frac{i (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ –Tábua III - Valor Atual

Cálculo do Valor da Prestação –  $pmt = PV \cdot \frac{i (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$  - Tábua III

Para calcular o Valor do Juro de cada prestação:

$$J = pmt \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^n}$$

└─ Tábua V

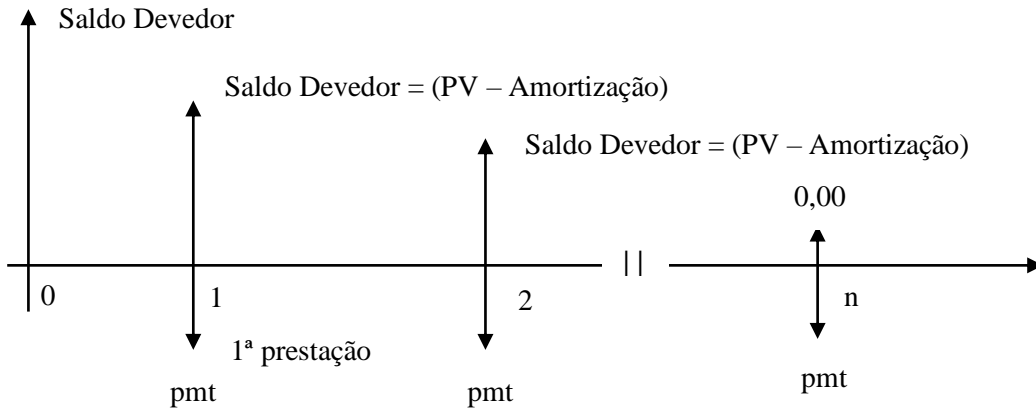
ou

$$D = C \cdot i \cdot t$$

└─ Saldo Devedor no início de cada período

**O DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA**

Sendo :  $n = 3$  ;  $i = 10,00\%$  ;  $PV = 1.000,00$ ;  $pmt = ?$



Comparação de cada prestação :

$$PV = pmt \cdot \frac{1}{(1+i)^n} \quad \text{Tábua I}$$

$$D = pmt \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{n(1+i)} \quad \text{Tábua V}$$

ou

$$J = C \cdot i \cdot t$$

└── Saldo Devedor de cada Período Financeiro

**Calculando**

$$PV = 402,1148 \left[ \frac{1}{(1,10)^3} = 0,7513148 \right] = 302,1148 = \text{Amortização}$$

$$D = 402,1148 \cdot 0,10 \left[ \frac{(1,10)^3 - 1}{0,10 (1,10)^3} = 2,48685199 \right] = \frac{100,0000}{402,1148}$$

$$J = 1.000,00 \cdot 0,10 \cdot 1 = 100,000$$



### 3 - Realizando Cálculos Entre as MODALIDADES UM, TRÊS E QUATRO

Exemplo: Três empréstimos de R\$ 402,115 cada, tomados na DATA ZERO

#### MODALIDADE UM

##### 1º Empréstimo

$$PV = 402,115 \left[ \frac{1}{(1,10)^3} = 0,751315 \right] = 302,1148$$

$$PV = FV \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$D = 402,1148 \cdot 0,10 \left[ \frac{(1,10)^3 - 1}{0,10 (1,10)^3} = 2,486852 \right] = \frac{100,0000}{402,1148}$$

$$D = FV \cdot i \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^n}$$

##### 2º Empréstimo

$$PV = 402,1148 \left[ \frac{1}{(1,10)^2} = 0,82644628 \right] = 332,3263$$

$$D = 402,1148 \cdot 0,10 \left[ \frac{(1,10)^2 - 1}{0,10 (1,10)^2} = 1,7355372 \right] = \frac{69,7885}{402,1148}$$

##### 3º Empréstimo

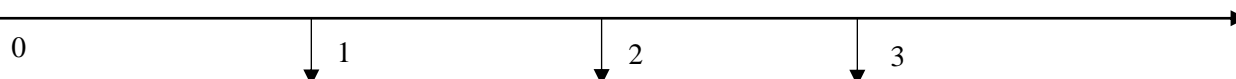
$$PV = 402,115 \left[ \frac{1}{(1,10)} = 0,909090 \right] = 365,5591$$

$$PV = FV \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$D = 402,1148 \cdot 0,10 \left[ \frac{(1,10) - 1}{0,10 (1,10)} = 0,909090 \right] = \frac{36,5559}{402,1150}$$

$$D = FV \cdot i \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^n}$$

Un = R\$ 1,00



$$\sum PV = 302,115 + 332,3264 + 365,5591 = 1.000,00$$

#### MODALIDADE TRÊS

$$PV = FV \frac{1}{(1+i)^n} = 402,115 \left[ \frac{1}{(1.10)^3} = 0,7513148 \right] = 302,1150$$

$$J = PV [(1+i)^n - 1] = 302,115 [(1.10)^3 - 1 = 0,3310] = 100,0000$$


---

**402,1150**

$$PV = FV \frac{1}{(1+i)^n} = 402,115 \left[ \frac{1}{(1.10)^2} = 0,8264463 \right] = 332,32645$$

$$J = PV [(1+i)^n - 1] = 332,3264 [(1.10)^2 - 1 = 0,210] = 69,78854$$


---

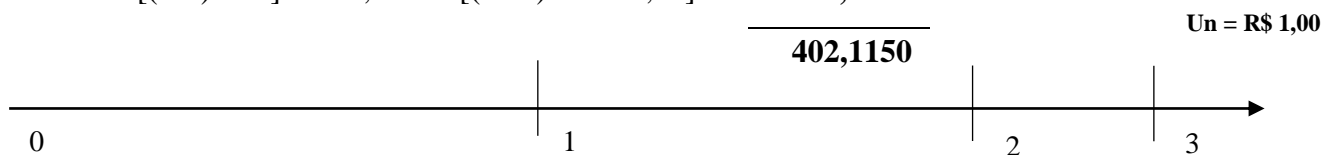
**402,11499**

$$PV = FV \frac{1}{(1+i)^n} = 402,115 \left[ \frac{1}{(1.10)^1} = 0,909090 \right] = 365,5591$$

$$J = PV [(1+i)^n - 1] = 365,55909 [(1.10) - 1 = 0,10] = 36,5559$$


---

**402,1150**

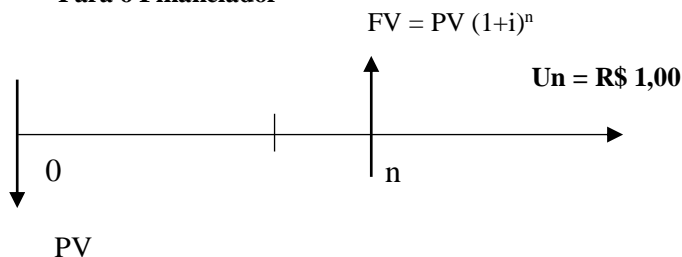


$$\Sigma PV = 302,115 + 332,3264 + 365,5591 = 1000,00$$

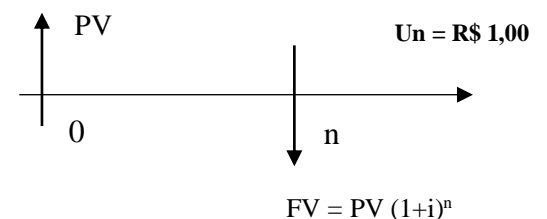
### Diagrama do Fluxo de Caixa

Para cada empréstimo:

Para o Financiador



Para o Financiado



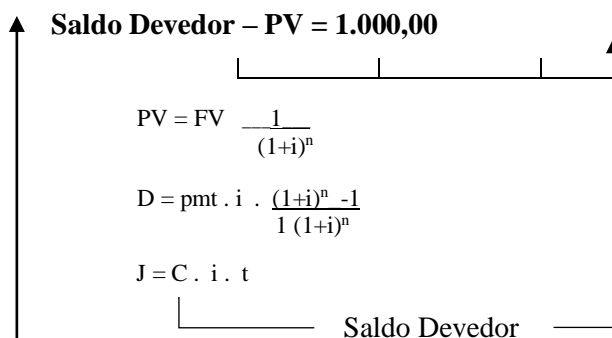
**MODALIDADE QUATRO**  $n = 3$ ;  $i = 10,00\%$ ;  $PV = 1.000,00$ ;  $pmt = ? = 402,1148$

Para esta Modalidade Quatro deve ser elaborado o seu PLANO DE AMORTIZAÇÃO:

DIAGRAMA  
FLUXO DE

No	Valor da	Valor da	Valor	Saldo
-	-	-	-	1.000,00
1	402,1148	302,1148	100,0000	697,8852
2	402,1148	332,3263	69,7885	365,5589
3	402,1148	365,5589	36,5559	0,00
			206,3444	-

DO  
CAIXA



Saldo Devedor – 697,8852 = (1.000,00 – 302,1148)

$$PV = 402,1148 \cdot 0,751315 = 302,1148$$

$$D = 402,1148 \cdot 0,10 \cdot 2,48685199 = 100,0000$$

ou  $402,1148$

$$J = 1.000,00 \times 0,10 \cdot 1 = 100,00$$

Saldo Devedor – 365,5589 = (697,8852 – 332,3263)

$$PV = 402,1148 \cdot 0,82644628 = 332,3263$$

$$J = 697,88852 \times 0,10 \times 1 = 69,7885$$

ou  $402,1148$

$$C = 697,8852 \cdot 0,10 \cdot 1 = 69,77885$$

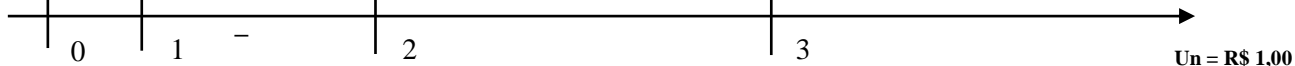
Saldo Devedor - 0 = (365,5589 – 365,5589)

$$PV = 402,1148 \cdot 0,909090 = 365,5589$$

$$J = 402,1148 \times 0,10 \times 0,9090 = 36,5559$$

Ou  $402,1148$

$$C = 365,5588 \cdot 0,10 \cdot 1 = 36,5559$$



Un = R\$ 1,00

Importantes : 1 – Estas relações numéricas entre estas MODALIDADES UM,

TRÊS e QUATRO são válidas para quaisquer valores de n, i e PV

2 - Este Diagrama Do Fluxo de Caixa para este Plano de Amortização do

Sistema Francês de Amortização NÃO É APRESENTADO no Manual da HP 12C

3 – Em virtude deste fato, dois I. Autores tomam como referência, o Diagrama do Fluxo de Caixa da MODALIDADE TRÊS que paga o 1º empréstimo no TEMPO 1 e raciocinam como sendo o Diagrama do Fluxo de Caixa da Modalidade QUATRO que também paga a 1ª prestação no Tempo 1. Só que, na MODALIDADE TRÊS, tem um empréstimo vencendo no TEMPO 1 e, na MODALIDADE QUATRO, tem um Saldo Devedor que paga uma prestação contendo o valor do juro deste Saldo Devedor.

Ver estes dois Autores, neste site, nas Trilhas:

- Perícia Judicial / Contratos de Empréstimos e Financiamento / Economistas / Saudável Discussão entre Dois Economistas
- Sistema Francês de Amortização / Tabala Price Sem Anatocismo Para Magistrados e Advogados / Comentamos Este Artigo Sobre o Sistema Francês de Amortização

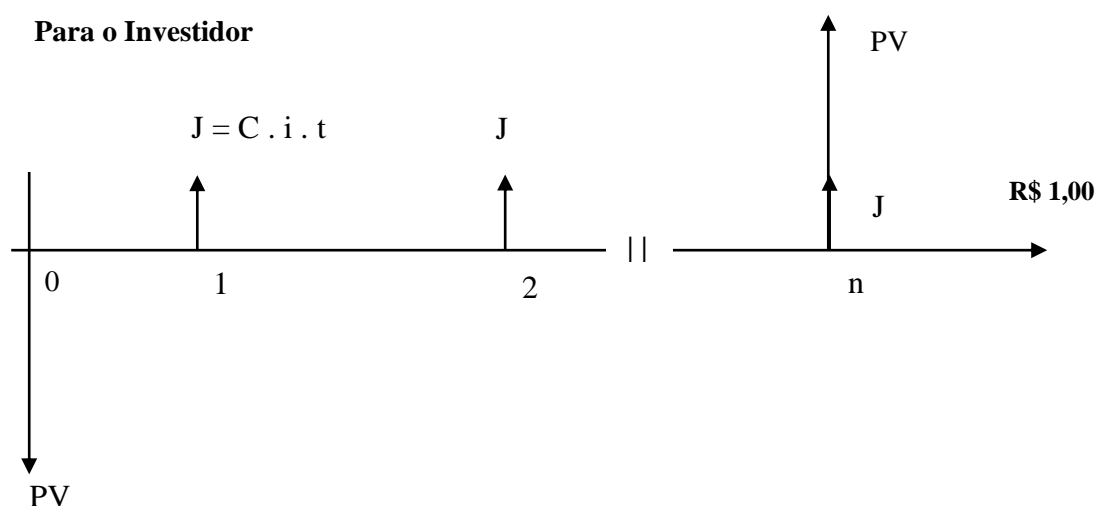
#### 4 - Por fim, a MODALIDADE DOIS – EM DESUSO

**Não relaciona, nem com o Juro Composto e, tão pouco, com o Desconto Composto**

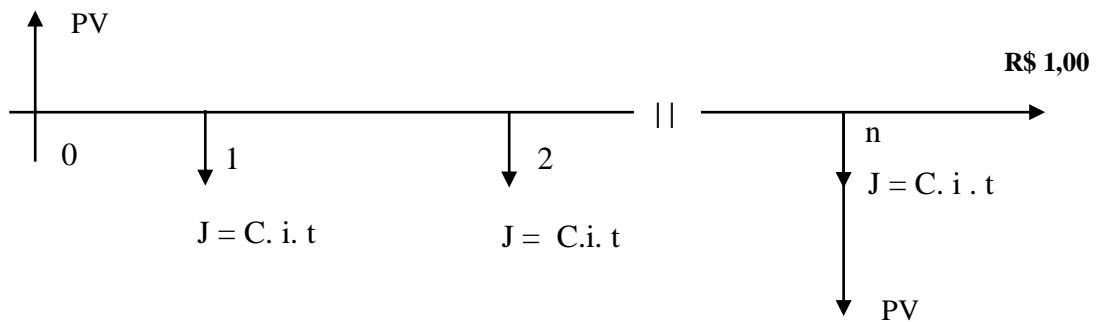
##### **Procedimento do Investidor**

Concede o empréstimo ou o financiamento e recebe os valores dos juros, por período financeiro contratado (mês, etc, semestre, anual) e, na data da liquidação do contrato, recebe a última parcela do Juro, juntamente com o valor do empréstimo (principal) - PV.

**Pelo Gráfico do Fluxo de Caixa, temos:**



Para o Financiador



## 5 - APLICANDO A TEORIA DE REINVESTIMENTOS <sup>1</sup>

A Teoria de Reinvestimentos consiste em **reaplicar** cada valor do juro ou cada valor da prestação, nas datas de seus recebimentos, com a mesma taxa de juro do contrato, até a data do vencimento do contrato.

A **Receita Financeira** de cada contrato refere-se a soma dos valores dos juros recebidos, durante a vigência do contrato, bem como os valores dos juros das reaplicações.

**Nas Quatro Modalidades de Pagamentos a Receita Financeira é a mesma, quaisquer que forem os valores de n, i, pmt, PV e FV.**

Enfatizando:

Modalidade de Pagamento UM - Sistema Alemão - Pagamento ÚNICO

Modalidade de Pagamento DOIS - Sistema Americano - Pagamento ÚNICO

Modalidade de Pagamento TRÊS - Sistema Price - Pagamento ÚNICO

MODALIDADE QUATRO – **Sistema Francês de Amortização** e o Método Hamburguês – **Pagamentos em Parcelas**. Os demais – SAM, SACRE e outros são “invenções Brasileiras”.

**O SAM é trabalhoso, inútil e sem sentido, contribuído com mais “desconhecimentos” sobre a Matemática Financeira.**

1 – Ver neste site na TRILHA:

Perícia Judicial / Contrato de Empréstimos e Financiamento / Livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça / Referências Bibliográficas – Referência 4

Referência 5 e Referência 7

