

**10 DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA  
E A  
INCONGRUÊNCIA  
NA  
MODALIDADE QUATRO DE PAGAMENTOS**

**O Diagrama do Fluxo de Caixa e as Quatro Modalidades de Pagamentos**

**No Manual do Proprietário da HP 12C ( HP 12C Owner's Hand Book- May 1984) <sup>3</sup> apresenta os gráficos do DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA e, com ele, representa as operações financeiras referentes à matemática financeira.**

**Ver as fls 38 a 61 – Financial Calculation and the Cash Flow Diagram**

**Ver esta matéria no item 7.5.4 – Resolvendo Problemas Utilizando a HP 12C- no livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça**

**Pedro Schubert\*  
Rio, Maio de 2020**

**3 – ver adiante**

**Administrador, Autor, Professor FGV-Rio, Perito Judicial TJ-RJ e Varas Federais, Contador.  
Membro da Comissão Especial de Perícia Judicial, Extrajudicial e Administração Judicial –  
CEPAJ – do Conselho Federal de Administração – CFA**

## ÍNDICE

<b>1 – INTRODUÇÃO</b>	4
<b>2 - EXERCÍCIOS REPRESENTADOS PELO DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA</b>	7
<b>I - Nas Operações de Empréstimos e Financiamentos</b>	7
<b>II - Nas Operações de Investimentos - Montantes</b>	13
<b>3 - A INCONGRUÊNCIA</b>	17
<b>III - A Incongruência Entre a Modalidade TRÊS e a Modalidade QUATRO</b>	
1 – No Exercício – 1º Exercício á fl 46 do Manual da HP 12C temos: [Adaptamos os valores (que estão em negrito)] para atender o exemplo do I. Economista e Articulista.	17
2 - No Exercício à fl 51 do Manual da HP 12C temos: Calcular o Valor Presente	21
3 – No Exercício a fl 53 temos (adaptamos os valores para tender ao exemplo do I. Economista e Articulista.	21
4 - Importante	22
5 - Nós Estamos Apresentando Um DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA Fundamentado no PLANO DE AMORTIZAÇÃO	23
<b>4 - A DISCUSSÃO</b>	26
<b>IV - A INCONGRUÊNCIA APRESENTADA POR DOIS I. AUTORES</b>	
1 - A Incongruência	26
2 - Trechos dos Artigos que Compõem a Matéria de “Saudável Discussão Entre Um I. Economista e Articulista e um I. Economista e Perito Judicial.	29

<b>3 – O I. Economista e Articulista no Seu Artigo “A Capitalização de Juros na Tabela Price” a fl 39 que compõe a matéria “Saudável Discussão Entre Dois I. Economistas”<sup>a</sup></b>	<b>36</b>
<b>4 - Trechos do Artigo “Tabela Price Sem Anatocismo Para Magistrados e Advogados” do I. Professor e Autor Atuarante Desde os Tempos da HP-80 da Década de 70, hoje HP 12C.<sup>b</sup></b>	<b>41</b>
<b>5 - CONCLUSÃO</b>	<b>49</b>

Ver neste site na Trilha:

**a – Perícia Judicial / Contratos de Empréstimos e Financiamentos / Economistas / Saudável Discussão Entre Dois Economistas; 2004**

**b - Sistema Francês de Amortização / Tabela Price Sem Anatocismo p/ Magistrados e Advogados:**

- Artigo do I. Autor Abelardo De Lima Puccini - 22.11.2019

- Comentamos este Artigo sobre o Sistema Francês de Amortização

## 1 - INTRODUÇÃO

**A INCONGRUÊNCIA ou a falta de conformidades, ou mesmo, de concordâncias, neste QUADRO 3 do artigo “Capitalização de Juros na Tabela Price.”<sup>a</sup>**

O que tem de inconveniente neste QUADRO 3 ? **ver na fl 40**

É não distinguir a MODALIDADE TRÊS que é Juro Composto –  $(1 + i)^n$  – da MODALIDADE QUATRO que é Desconto Composto –  $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$

Ver neste site na TRILHA: Sistema Francês de Amortização / :

- Sistema Francês de Amortização É, Matematicamente, Perfeito e Acabado
- Richard Price E AS QUATRO MODALIDADES DE PAGAMENTOS

O Manual do Proprietário da HP 12C – Owner’s Handbook – apresenta o **Diagrama do Fluxo de Caixa** que esclarece as Modalidades de Financiamentos, com o título **Cálculos Financeiros** e o **Diagrama do Fluxo de Caixa – fls 38 a 58.**

Nele, não encontro um Diagrama do Fluxo de Caixa que represente o pagamento (a amortização) de um empréstimo ou de um financiamento em parcelas iguais, mensais, etc, anuais e sucessivas que é o **Sistema Francês de Amortização.**

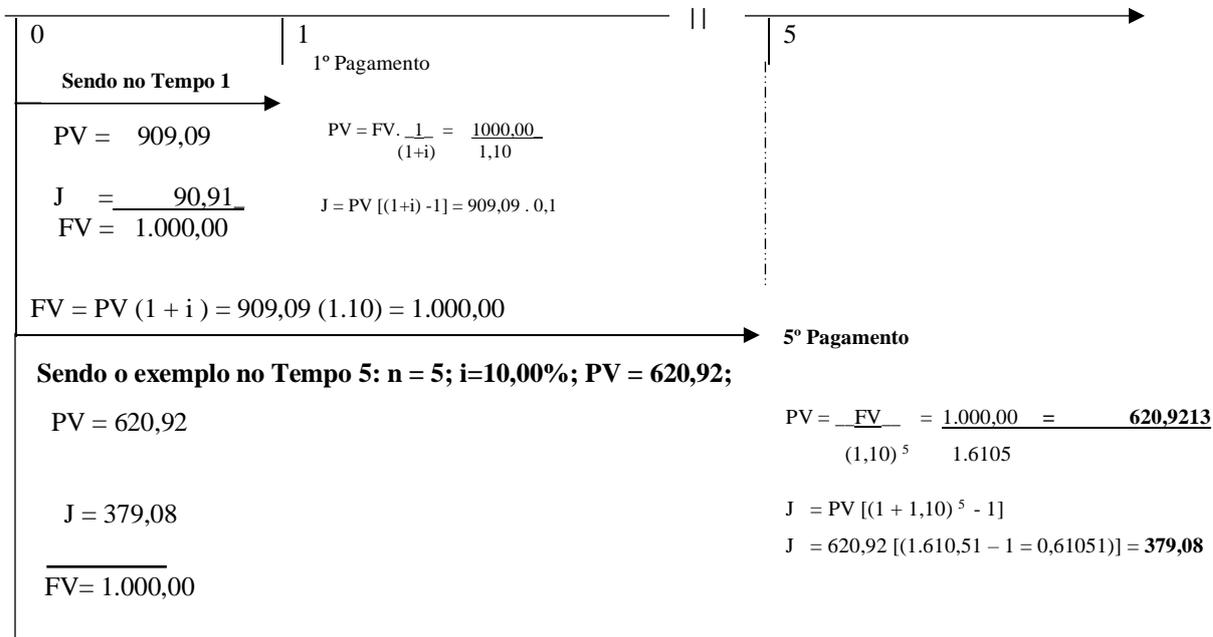
Como consequência, estou criando um Diagrama do Fluxo de Caixa para o pagamento, em prestações iguais, da Modalidade Quatro – Sistema Francês de Amortização, **para esclarecer esta incongruência** entre a Modalidade TRÊS e a Modalidade QUATRO

## Diagrama do Fluxo de Caixa – Modalidade TRÊS.

São 5 empréstimos de R\$ 1.000,00 nos prazos de 1 a 5

Sendo o exemplo :  $n = 5$ ;  $i = 10,00\%$ ;  $PV = 909,09$ ;  $FV = ? = 1000,00$

Un: R\$ 1,00



$$FV = PV (1+i)^n = 620,92 [(1,10)^5 = 1,61051] = 1.000,00$$

Obs. Todos os empréstimos ou os financiamentos são contratados na DATA ZERO

## Diagrama do Fluxo de Caixa – Modalidade QUATRO

Toma como base o Plano de Amortização

### PLANO DE AMORTIZAÇÃO

Prestação no.	Valor da Prestação	Valor da Amortização	Valor do Juro	Saldo Devedor
0				3.790,79
1	1000,00	620,92	379,08	3169,86
2	1000,00	683,01	316,99	2486,85
3	1000,00	751,31	248,68	1735,53
4	1000,00	826,44	173,55	909,09
5	1000,00	909,09	90,91	-
TOTAL	5000,00	3790,79	1209,21	-

Importante: Na Modalidade Quatro sempre deve ser elaborado o Plano de Amortização

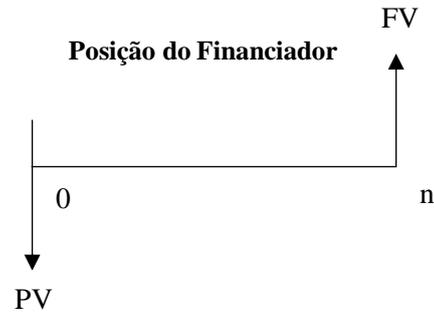
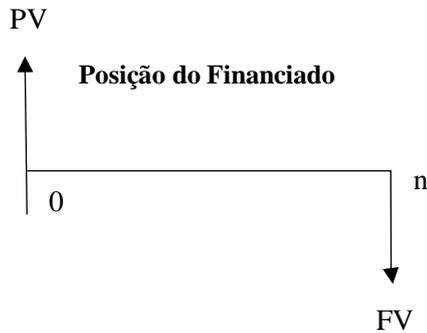


## 2 - EXERCÍCIOS REPRESENTADOS PELO DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA:

### I – Nas Operações de Empréstimos e Financiamentos

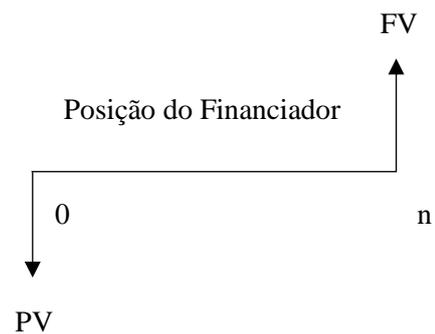
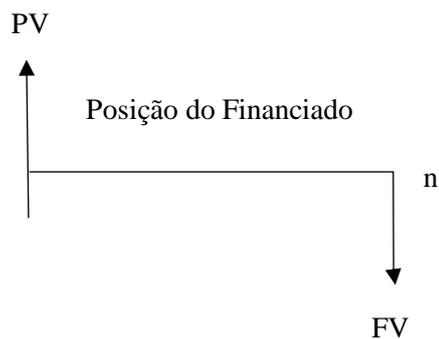
Modalidade UM – 1 Termo – Utiliza a Tábua IV  $\frac{1}{(1+i)^n}$  - Desconto Composto

Na data da concessão do empréstimo:  $PV = FV \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$



Modalidade TRÊS – 1 Termo – Utiliza a Tábua I –  $(1+i)^n$  – Juro Composto

Na data da concessão do empréstimo:  $FV = PV (1+i)^n$



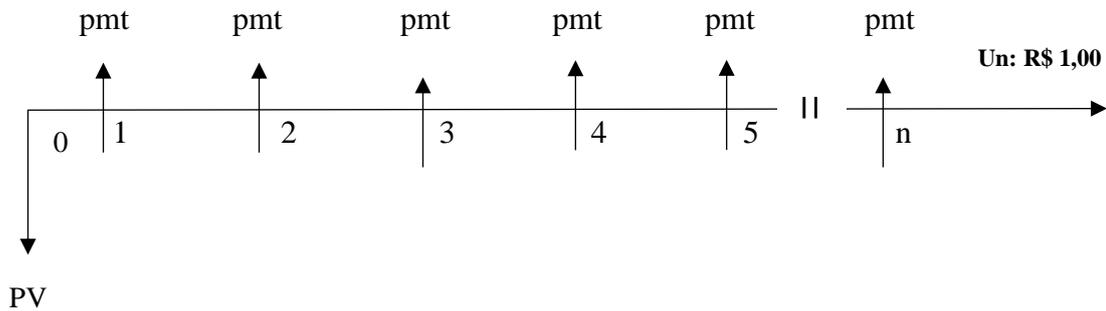
Modalidade QUATRO – n prestações – Tábua III –  $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$

Tábua V –  $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$   
Desconto Composto

Cálculo do pmt =  $PV \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$

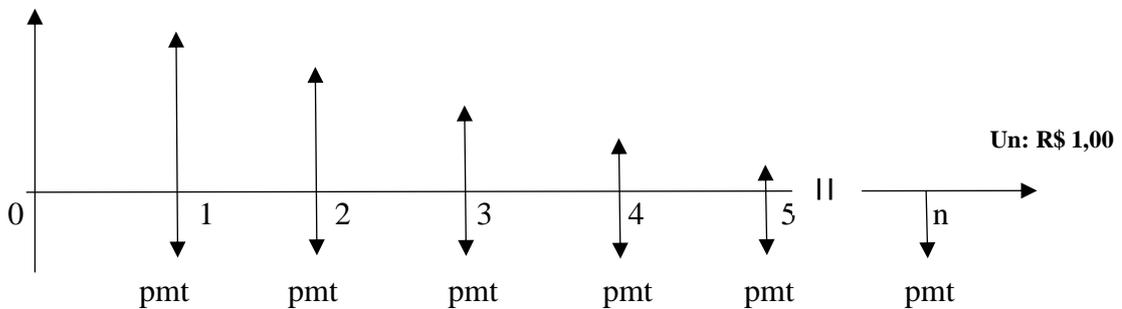
Na data da concessão do financiamento :

**Posição do Financiador**



**Posição do Financiado**

Saldo Devedor ← Nas datas dos pagamentos das prestações :



**Condições destas operações:**

Na MODALIDADE UM – 1 Termo – Desconto Composto –  $\frac{1}{(1+i)^n}$  - Tábua IV

**Valor Atual - PV**

**O valor do juro é pago antecipadamente**

$n = 5 ; i = 10,00\% ; FV = 1.000,00 ; PV = ? = 620,921$

Na data da concessão do empréstimo:

**Posição do Financiador**

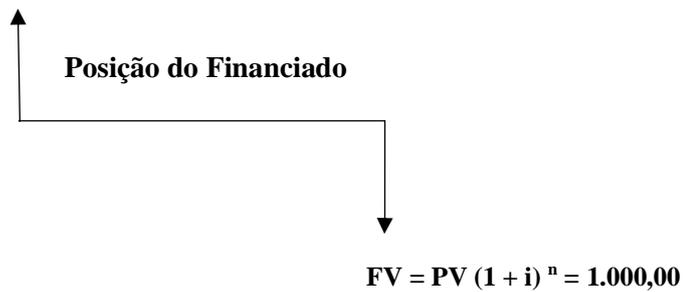
$FV = 1.000,00 = PV (1,10)^5$



$$PV = FV \frac{1}{(1+i)^n} = \frac{1.000,00}{1,61051} = 1.000,00 \times 0,620921 = \frac{1.000,000}{620,921}$$

$$D = FV \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = 1.000,00 \cdot 0,10 \left[ \frac{(1,10)^5 - 1}{0,10 (1,10)^5} = 3,7907867 \right] = 379,079$$

Na data do pagamento do Empréstimo



**NA MODALIDADE TRÊS – 1 TERMO – Juro Composto – (1+i)<sup>n</sup>- Tábua I –**

**MONTANTE**

O valor do Juro é acumulado, período a período financeiro e pago, juntamente com o principal, na data do vencimento do contrato

Na Posição do Financiador:

Diagrama de fluxo de caixa para o financiador. Uma linha horizontal representa o tempo. No início, há uma seta apontando para baixo. No final da linha, há uma seta apontando para cima rotulada "Un: R\$ 1,00". Acima da seta final, está escrito "FV = 1.000,00".

$$FV = PV (1+i)^n = 620,921 (1 \cdot 10)^5 = 1.000,00$$
$$J = PV [(1+i)^n - 1] = 620,921 [(1 \cdot 10)^5 - 1 = 0,61051] = 379,079$$

**Qual é a diferença entre as MODALIDADES UM e TRÊS ?**

**NA MODALIDADE QUATRO**

Para analisar a diferença entre a MODALIDADE QUATRO e as MODALIDADES UM e TRÊS vamos definir premissas:

- O valor do Principal (do empréstimo em financiamento) é pago em parcelas iguais, defasadas de cada período financeiro (mês, etc, ano) e sucessivas
- Cada parcela corresponde a um empréstimo ou a um financiamento nas MODALIDADES UM e TRÊS
- O valor do principal fica com o cliente (mutuário) e será pago, parceladamente, junto com o valor do juro de cada prestação (de cada período financeiro).

Com estas premissas o exercício é assim apresentado:

$$n = 5 ; i = 10,00\% ; PV = ? ; pmt = 1.000,00$$

$$\text{onde } PV = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Calculando o valor do PV:

$$PV = 1000,00 \left[ \frac{(1,10)^5 - 1}{0,10(1,10)^5} = 3,79078677 \right] = 3.790,7867$$

$$D = C \cdot i \cdot t$$

### PLANO DE AMORTIZAÇÃO

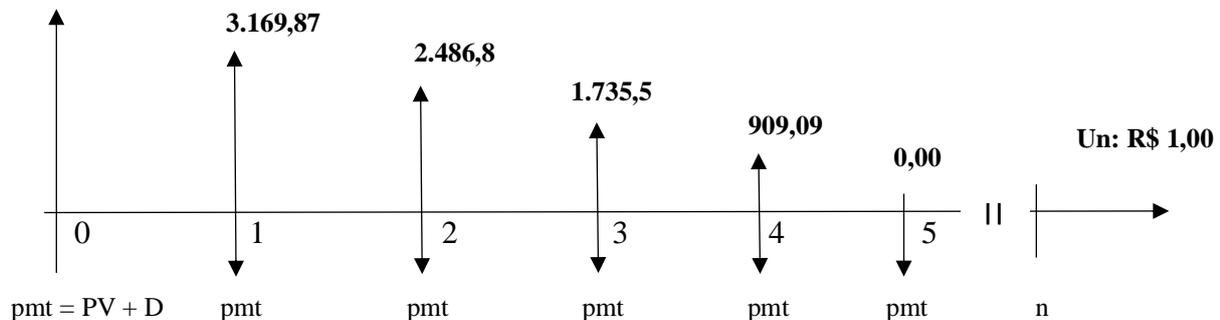
Un: R\$ 1,00

Prestação no.	Valor da Prestação pmt	Valor da Amortização PV	Valor do Juro J = P	Saldo Devedor
0				3.790,79
1	1.000,00	620,92	379,08	3.169,86
2	1.000,00	683,01	316,99	2.486,85
3	1.000,00	751,31	248,68	1.735,53
4	1.000,00	826,44	173,55	909,09
5	1.000,00	909,09	90,91	-
TOTAL	5.000,00	3.790,79	1.209,21	-

### DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA

#### SALDO DEVEDOR

$$PV = 3.790,7867$$



$$PV = \text{Diferença} = pmt - D$$

↑ Valor em cada Amortização

$$D = C \cdot i \cdot t$$

↑ Saldo Devedor no início de cada período financeiro

↑ Valor do Juro = Desconto Composto

	1ª prestação	2ª prestação	3ª prestação	4ª prestação	5ª prestação
PV =	620,92	683,01	751,31	826,45	909,09
D =	379,08	316,99	248,69	173,55	90,91
pmt =	1.000,01	1.000,00	1.000,00	1.000,00	1.000,00

**Comentamos esta Modalidade Quatro:**

**Cada prestação representa:**

Uma Operação na Modalidade UM –  $\frac{1}{(1+i)^n}$  - Tábua IV

$$PV = \leftarrow \qquad PV = FV \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$D = \leftarrow \qquad D = pmt \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \text{Tábua V}$$

ou

$$J = C \cdot i \cdot t$$

**Calculando:**

$$PV = 620,9213 \leftarrow = \frac{1.000,00}{(1,10)^5}$$

$$D = \frac{379,0787}{1.000,0000} \leftarrow = 1.000,00 \cdot 0,10 \cdot 3,79078677$$

ou

$$J = 379,0787 \leftarrow = 3.790,7867 \cdot 0,10 \cdot 1$$

**Uma Operação na Modalidade TRÊS –  $(1+i)^n$  – Tábua I**

$$PV = \leftarrow \qquad PV = FV \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$J = \leftarrow \qquad PV \cdot [(1+i)^n - 1]$$

**Calculando:**

$$PV = 620,9213 = \frac{1000,00}{(1,10)^5}$$

$$J = \frac{379,0787}{1.000,0000} = 620,9213 \left[ (1,10)^5 - 1 = 0,6105100 \right]$$

**Uma Operação na Modalidade QUATRO, temos:**

**Inicialmente calcula o valor da Prestação:**

$$pmt = PV \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad \text{Tábua III} ; \quad pmt = 620,9213 \cdot 0,26379748 = \$ 1.000,00$$

## Sempre deve ser elaborado o PLANO DE AMORTIZAÇÃO

Prestação no.	Valor da Prestação	Valor da Amortização	Valor do Juro	Saldo Devedor
0				3.790,79
1	1.000,00	620,92	379,08	3.169,86
2	1.000,00	683,01	316,99	2.486,85
3	1.000,00	751,31	248,68	1.735,53
4	1.000,00	826,44	173,55	909,09
5	1.000,00	909,09	90,91	-
TOTAL	5.000,00	3.790,79	1.209,21	-

### Cálculo do valor do Juro de cada prestação:

Tem dois MODOS de Cálculos:

**1ª prestação**                       $PV = pmt \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$       sendo n=5

$D = 379,0787$  ←  $D = 1.000,00 \cdot 0,10 \cdot 3,79078677$

ou

$$J = C \cdot i \cdot t$$

└── Tempo sempre 1

└── Saldo Devedor

$J = 379,079$  ←  $J = 3.790,78677 \cdot 0,10 \cdot 1$

### 5ª prestação:

sendo n = 1

$D = 90,91$                        $D = 1.000,00 \cdot 0,10 \cdot 0,090909$

ou

$J = 90,91$                        $J = 909,09 \cdot 0,10 \cdot 1$

Fica posto que um empréstimo ou um financiamento na Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) em n Parcelas mensais, etc, anuais, iguais e sucessivas, pelo Sistema Francês de Amortização, É IGUAL à n empréstimos ou n financiamentos iguais nas Modalidades UM e TRÊS, conforme os Gráficos **DIAGRAMAS DO FLUXO DE CAIXA** e esclarecidos pelos exemplos numéricos aqui detalhados.

O leitor poderá calcular os valores do PV e do Juro dos 2º ao 5º empréstimos ou financiamentos, nas Modalidades UM e TRÊS, bem como na Modalidade QUATRO, os valores do PV e do Desconto Composto (Juro) de cada prestação.

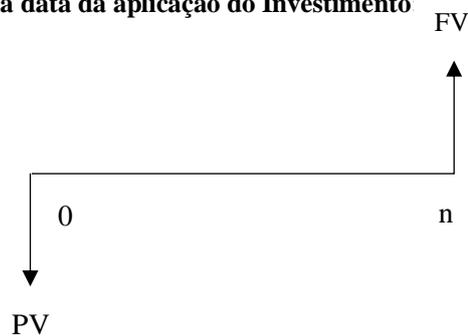
**Confira com os n valores do Plano de Amortização.**

## II – Nas Operações de INVESTIMENTOS - MONTANTES

**Nas Aplicações de Recursos Financeiros:**

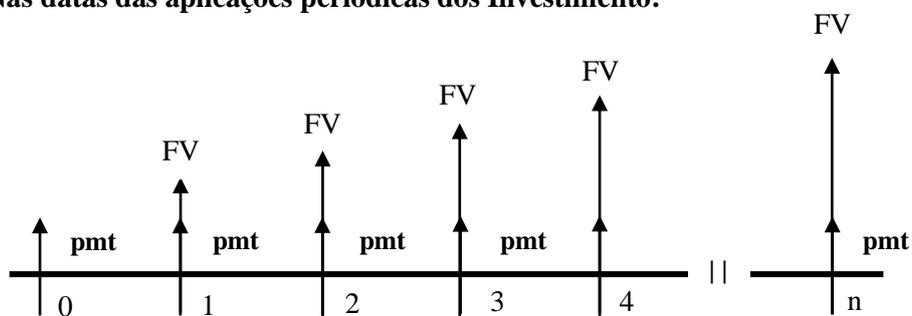
**De 1 Termo – Tábua I –  $(1+i)^n$**

**Na data da aplicação do Investimento**



**De n Termos Iguais – Tábua II –  $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$**

**Nas datas das aplicações periódicas dos Investimento:**



**Na Distribuição de Benefícios – 1 Termo – Pecúlio**

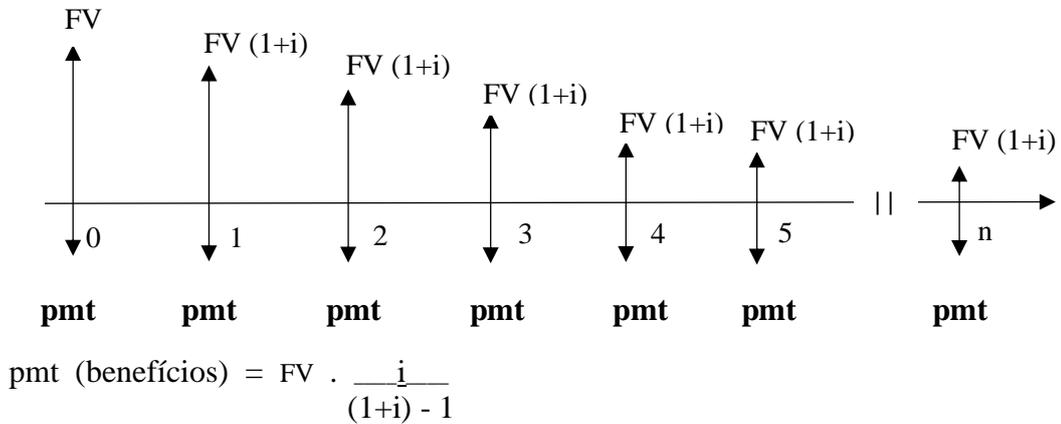


## Na Distribuição dos Benefícios – n Termos

Benefícios (ANNUITY – IES)

No período da distribuição do benefício:

Reserva



**Importante:** Nesta operação de Investimentos, com n Termos iguais, a matemática financeira utiliza a Soma dos Termos de Uma Progressão Geométrica para calcular o valor do Montante.

$$\text{FV} = S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}; \text{ substituindo } a_1 = 1 \text{ e } q = (1+i)$$

$$\text{Temos: } \frac{(1+i)^n - 1}{1+i - 1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \text{Tábua II}$$

Esta Tábua II é só uma facilitadora de cálculos nas atividades de Investimentos.

Didaticamente e por ser utilizada em aplicações de n Termos iguais, não é recomendável utilizá-la para demonstrar o Juro Composto na Modalidade TRÊS de um Termo, bem como na Modalidade Quatro de n prestações iguais que é regida pelo Desconto Composto.

### III - A INCONGRUÊNCIA ENTRE A MODALIDADE TRÊS E A MODALIDADE QUATRO

#### DIAGRAMAS DO FLUXO DE CAIXA – FLS 44 A 58<sup>3</sup>

##### Cálculos de Juro/ Juro Composto

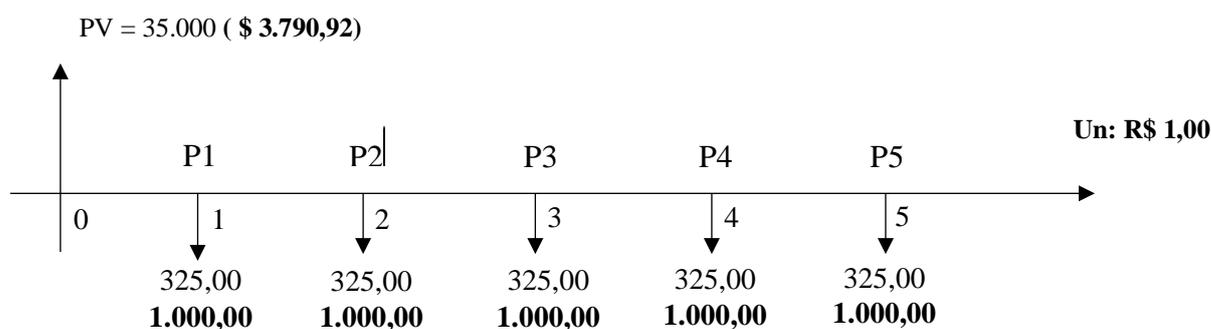
1 - No 1º Exercício à fl 46 do Manual da HP 12C temos: ( Adaptamos os valores (que estão em negrito) para atender o exemplo do I. Economista e Articulista

Toma-se um empréstimo no Valor de \$ 35.000,00 (**\$3790,92**) e quer poupar \$ 325,00 por mês **\$ 1.000,00**, a juros de 10,50 % a.a. (**10.00% a.a.**).

**Quer saber em quantas prestações**

É o exemplo típico do Sistema Francês de Amortização

Entretanto, o Diagrama do Fluxo de Caixa apresentado pelo Manual<sup>3</sup> é:



**Comentamos:** Graficamente está correto, mas é aqui que começa a incongruência de raciocínio.

O I. Economista e Articulista que está em “**Saudável Discussão Entre Dois Economistas**”<sup>1</sup>, no seu exemplo, à fl 41, deste seu artigo, afirma que este gráfico representa a Tabela Price ( logo, o Sistema Francês de Amortização), conforme exposto no seu artigo:

3 - Owner's HandBook – HP-12C

1 - Ver neste site na trilha: Perícia Judicial / Contratos de Empréstimos e Financiamentos / Economistas / Saudável Discussão Entre Dois Economistas

## A Capitalização de Juros na Tabela Price

O valor emprestado, diz o I. Economista e Articulista: “corresponde a soma dos Valores Atuais de cada uma das prestações como segue”:

$$P_1 = 1000,00 \frac{1}{(1.10)} = 909,09$$

$$P_2 = 1000,00 \frac{1}{(1.10)^2} = 826,45$$

$$P_3 = 1000,00 \frac{1}{(1.10)^3} = 751,31$$

$$P_4 = 1000,00 \frac{1}{(1.10)^4} = 683,01$$

$$P_5 = 1000,00 \frac{1}{(1.10)^5} = \underline{620,92}$$

**3.790,92**

$$P_s = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 3.790,79$$

**Comentamos : Corresponde à MODALIDADE UM**

## E continua o I. Economista e Articulista

As equações acima já demonstram que o valor da prestação é obtido pela apropriação de juros compostos sobre seus respectivos valores presentes (parcelas de capital)

$$S_1 = FV = P_1(1+i)^n = 909,09 \times 1,10 = 1.000,00$$

$$S_2 = FV = P_2(1+i)^n = 826,45 \times 1,10^2 = 1.000,00$$

$$S_3 = FV = P_3(1+i)^n = 751,31 \times 1,10^3 = 1.000,00$$

$$S_4 = FV = P_4(1+i)^n = 683,01 \times 1,10^4 = 1.000,00$$

$$S_5 = FV = P_5(1+i)^n = 620,92 \times 1,10^5 = \underline{1.000,00}$$

**5.000,00**

**N / Obs:** Os  $S_1$ , etc,  $S_5$  ou FV's são os Montantes de cada empréstimo

**Comentamos: Corresponde à MODALIDADE TRÊS**

As parcelas de Juros que são amortizadas em cada prestação correspondem a diferença do valor total da prestação (montante) do seu valor presente (capital)

$$J_1 = 1.000,00 - 909,09 = 90,91$$

$$J_2 = 1.000,00 - 826,45 = 173,55$$

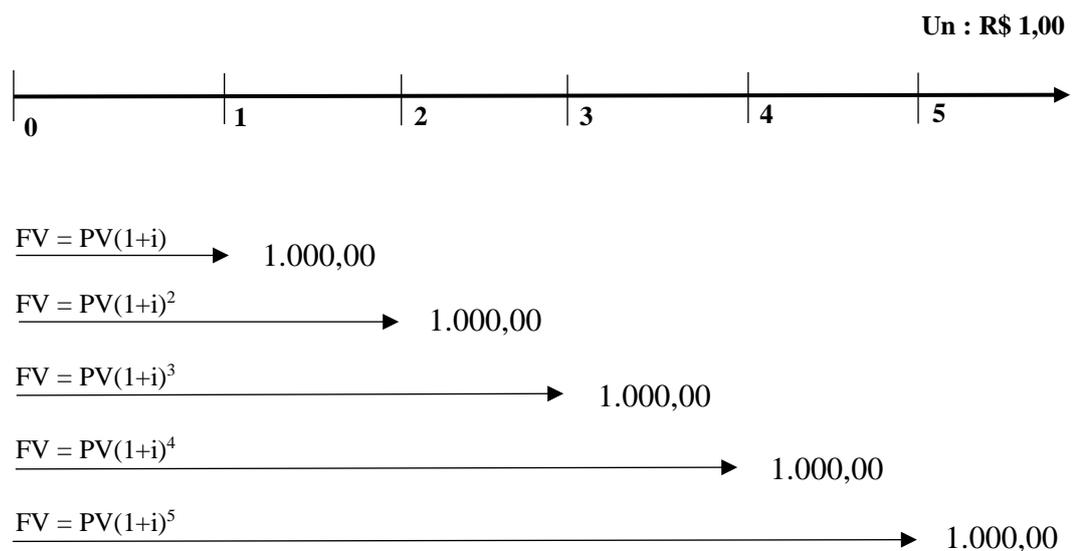
$$J_3 = 1.000,00 - 751,31 = 248,69$$

$$J_4 = 1.000,00 - 683,01 = 316,99$$

$$J_5 = \underline{1.000,00} - \underline{620,92} = \underline{379,08}$$

$$5.000,00 \quad 3790,79 \quad 1209,21$$

Graficamente, as 5 igualdades acima são:



**Importante:** Este gráfico representa 5 empréstimos de diferentes valores tomados na DATA ZERO com prazos de pagamentos diferidos de 1 mês.

Isto foi estudado pelo Sr. Price em 1771 – 91 para os cálculos de Pecúlios.

Também o Sr Price utilizou esta Tábua 1 -  $(1+i)^n$  - para estudar a dívida da Coroa Inglesa

**Este Gráfico e este exemplo enquadram na Modalidade TRÊS de Pagamentos de empréstimos e financiamentos**

Não são pagamentos de empréstimos ou de financiamentos em parcelas e, por isso não enquadram na **MODALIDADE QUATRO DE PAGAMENTOS DE EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS EM PARCELAS IGUAIS**

**Temos aqui a 1ª Incongruência** influenciada pelo Diagrama do Fluxo de Caixa apresentado pelo I. Economista e Articulista à fl 41 do seu artigo em contra ponto à este Gráfico.

**Comentamos: Temos aqui uma encruzilhada que destacamos em artigos, neste site, nas análises da PARTE HISTÓRICA. <sup>2</sup>**

**Aqui no Brasil, Autores, Professores, Articulistas, Defensores de TESES, DISSERTAÇÕES afirmam que o Sr. Richard Price estudou a Modalidade Quatro de Pagamentos em parcelas. NÃO ESTUDOU**

**Por isso que, aqui no Brasil, denominam o Sistema Francês de Amortização de Tabela Price, conforme as Referências Bibliográficas citada no rodapé desta folha.**

**Como já posto,<sup>2</sup> tem que distinguir a TABELA PRICE que é a MODALIDADE TRÊS que utiliza o JURO COMPOSTO, do Sistema Francês de Amortização que é a MODALIDADE QUATRO, onde fica o Sistema Francês de Amortização que utiliza o DESCONTO COMPOSTO.**

**Não distinguindo esta diferença, temos a incongruência que leva à afirmação de:**

**“Quando paga a 1ª prestação, quando utiliza o Sistema Francês de Amortização – não é pago todo o Juro incorporado à prestação - e este Saldo do Juro na prestação, não pago – é incorporado ao SALDO DEVEDOR.”**

**ISTO NÃO EXISTE**

**Neste artigo analisaremos esta incongruência, destacando artigos dos I. Autores, não como crítica e sim, na busca do entendimento.**

**2- Ver, neste site, artigos sobre a PARTE HISTÓRICA**

- Os Livros Do Sr. Richard Price
- Juros – (Matemática Financeira) / A História / O Que Fez (E o Que Não Fez) Richard Price No Século XVIII
- Artigos de Pedro Schubert / O Livro do Sr Richard Price Editado em 1771.

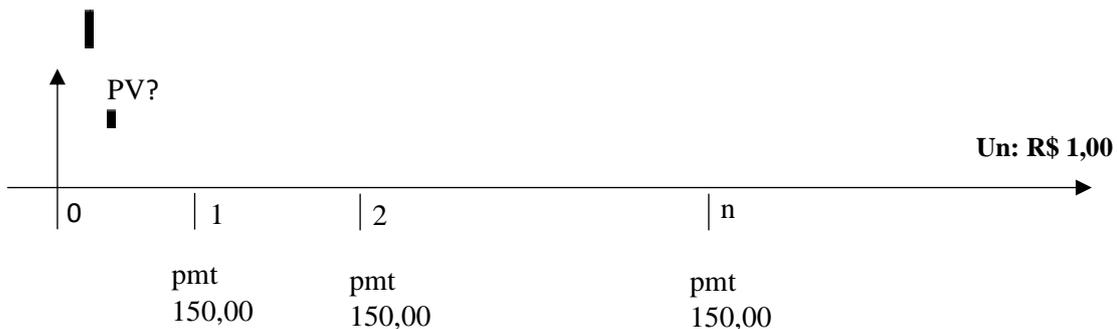
2 - No Exercício à fl 51 do Manual da HP12C, temos:

Calcular o Valor Presente – PV

Quer comprar um veículo e procura tomar um empréstimo que é oferecido nas seguintes condições:

$$n = 48 ; i = 1,25\% ; pmt = 150,00 ; PV = ?$$

Diagrama de Fluxo de Caixa apresentado pelo Manual:



Para calcular o valor do PV a matemática financeira ensina:

$$PV = pmt \cdot \frac{(1+i)^n - i}{i (1+i)^n} - \text{Tábua V}$$

Utilizando a HP 12C encontra que o valor do veículo não pode ser maior que \$ 6.889,72 - PV

**Comentamos: Diagrama do Fluxo Insuficiente**

3 – No Exercício à fl 53, temos: (adaptamos os valores para atender ao exemplo do I. Economista e Articulista).

Calcular o valor da prestação – pmt :

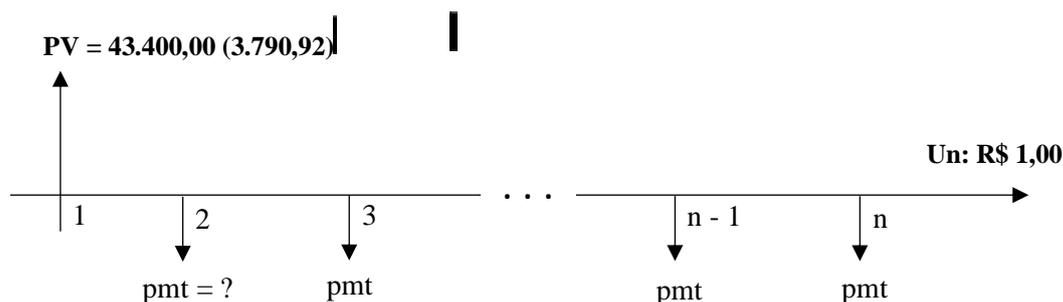
$$n = 29 ; i = 14,25\% ; PV = 43.400,00 ; pmt = ?$$

Toma-se um empréstimo de \$ 43.400,00 (**3.790,92**) para pagar em 29 anos (**5 meses**), a juro de 14,25% a.a. (**10,00 % a.a.**)

**Calcular o valor do pmt :**

Diagrama de Fluxo de Caixa apresentado pelo Manual é:

**Saldo Devedor**



**Para calcular o valor do pmt a matemática financeira ensina:**

$$pmt = PV \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} - \text{Tábua III}$$

Utilizando a HP12C encontra o valor da prestação de R\$ 1.000,00

**Para ilustrar este exercício da fl 53 este Diagrama do Fluxo de Caixa é insuficiente.**

#### 4 - Importante

No Manual <sup>3</sup> – **HP 12C – (HP 12C Owner’s HandBook – May 1984)** <sup>3</sup> não tem um Diagrama do Fluxo de Caixa para representar o pagamento de um Empréstimo ou de um Financiamento em parcelas iguais que demonstre a Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortização).

Aqui temos a INCONGRUÊNCIA do Diagrama do Fluxo de Caixa (ou a insuficiência neste Manual da HP12C <sup>3</sup>) para DIFERENCIAR esta MODALIDADE QUATRO da MODALIDADE TRÊS que está ilustrado no 1º Exercício – **Ver o item I-INTRODUÇÃO**

3 – Ver neste site **TRILHA :Perícia Judicial / Contrato de Empréstimos e Financiamentos / Livro de Matemática Financeira no Tribunais de Justiça / Referências – Referência 7**

## **PLANO DE AMORTIZAÇÃO**

Para elaborar o **Diagrama do Fluxo de Caixa para a MODALIDADE QUATRO** temos que entender, claramente, este Plano de Amortização da MODALIDADE QUATRO de Pagamentos (Amortizações) em Parcelas iguais, mensais, etc., anuais e sucessivas.

- 5 - Nós Estamos Apresentando UM DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA fundamentado no PLANO DE AMORTIZAÇÃO que representa, corretamente e demonstrando, em cada prestação paga, os valores das amortizações e dos juros.**

Solicito, com ênfase que compare o Diagrama do Fluxo de Caixa do exercício do Item 1 – INTRODUÇÃO que é a MODALIDADE TRÊS, - com o Diagrama do Fluxo de Caixa aqui apresentado que é a **MODALIDADE QUATRO**.

**Utilizaremos o mesmo exemplo do Item I :**

### **PLANO DE AMORTIZAÇÃO**

<b>Prestação no.</b>	<b>Valor da Prestação</b>	<b>Valor da Amortização</b>	<b>Valor do Juro</b>	<b>Saldo Devedor</b>
<b>0</b>				<b>3,790,79</b>
<b>1</b>	<b>1000,00</b>	<b>620,92</b>	<b>379,08</b>	<b>3169,86</b>
<b>2</b>	<b>1000,00</b>	<b>683,01</b>	<b>316,99</b>	<b>2486,85</b>
<b>3</b>	<b>1000,00</b>	<b>751,31</b>	<b>248,68</b>	<b>1735,53</b>
<b>4</b>	<b>1000,00</b>	<b>826,44</b>	<b>173,55</b>	<b>909,09</b>
<b>5</b>	<b>1000,00</b>	<b>909,09</b>	<b>90,91</b>	<b>-</b>
<b>TOTAL</b>	<b>5000,00</b>	<b>3790,79</b>	<b>1209,21</b>	<b>-</b>

## Diagrama do FLUXO DE CAIXA DESCONTADO

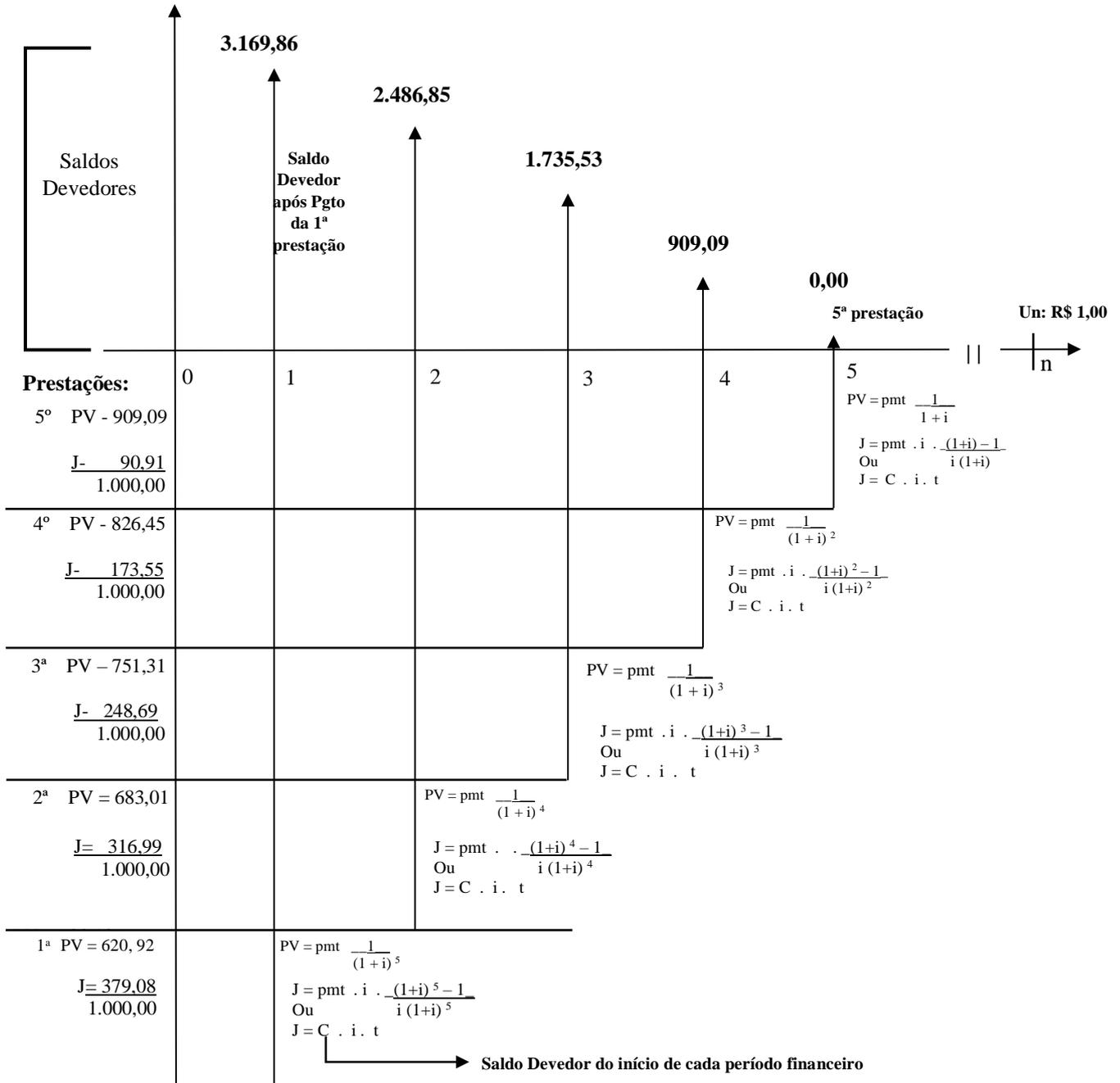
Sistema Francês de Amortização

Cálculo do Valor do Juro de Cada Período Financeiro

Saldo Devedor

Ver o Plano de Amortização

PV = 3.790,79



**Comentamos:** Não há incongruência no DIAGRAMA DO FLUXO DE CAIXA, entre o pagamento de 1 Empréstimo no TEMPO 1, na Modalidade Três e o pagamento da 5ª prestação, no TEMPO 5, na Modalidade Quatro, com os seus valores iguais por que, na MODALIDADE UM, é um empréstimo e, na MODALIDADE QUATRO é uma prestação

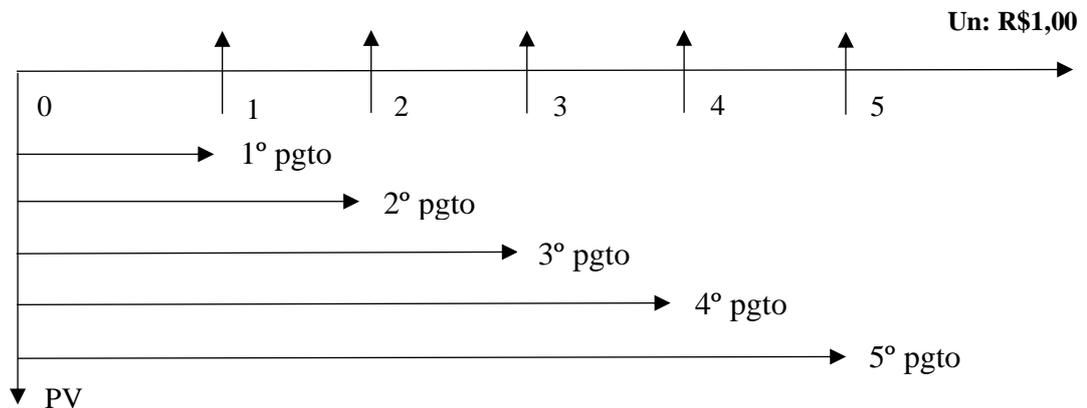
## Comparação Entre As Modalidades TRÊS E QUATRO

- **MODALIDADE TRÊS ; n = 5 ; i = 10,00%;**

Toma 5 empréstimos na DATA ZERO de \$ 909,09 ; 826,45 ; 731,31 ; 683,01 ; 620,92 no total de \$ 3.790,78 para pagamentos em 30 / 60 / 90 / 120 d

### MODALIDADE TRÊS

	<u>1.000,00</u>	<u>1.000,00</u>	<u>1.000,00</u>	<u>1.000,00</u>	<u>1.000,00</u>	= <u>5.000,00</u>
Principal	909,09	826,45	751,31	683,01	620,92	= 3.790,78 = PV
Juro	90,91	173,55	248,69	316,99	379,08	= 1.209,22 = J

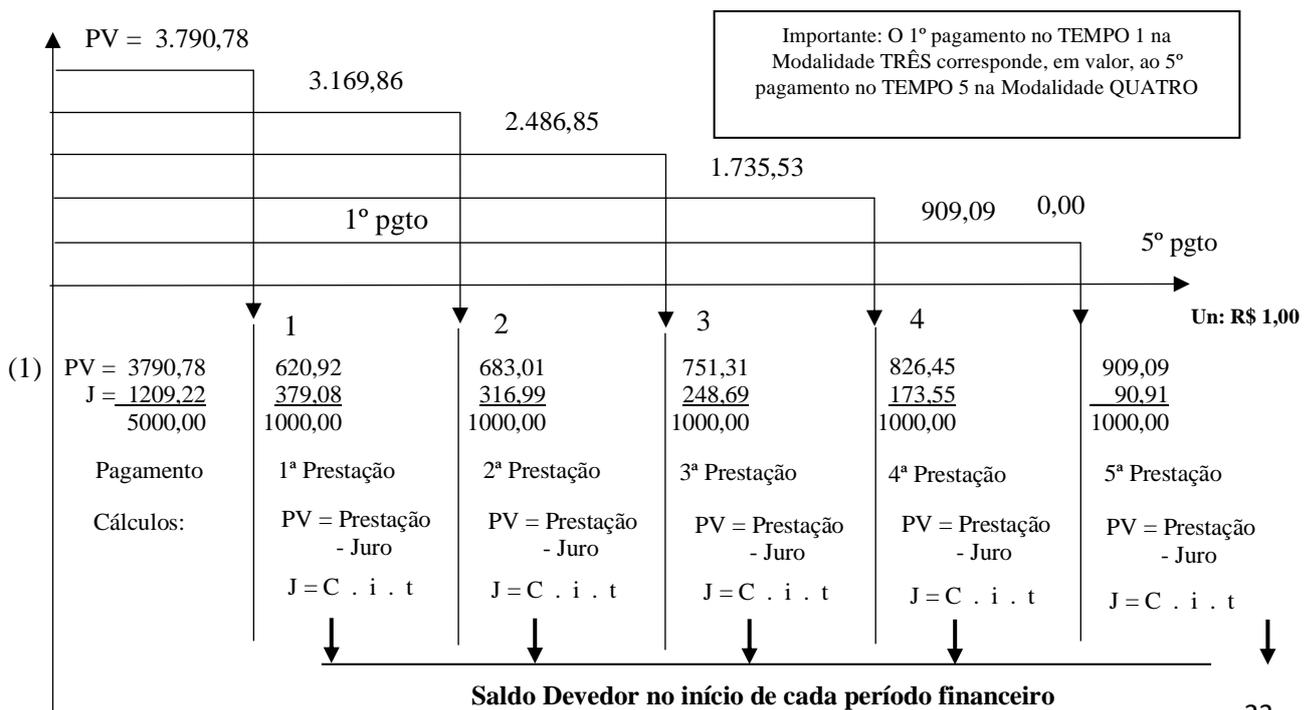


### MODALIDADE QUATRO

Toma emprestado \$ 3.790,78 para pagar em 5 prestações no valor de \$ 1.000,00

Previamente é calculado o valor da prestação pela fórmula :  $pmt = PV \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$

#### BASEADO NO PLANO DE AMORTIZAÇÃO



(1) O valor do PV é obtido pela diferença :  $pmt - (D = J \text{ valor do Juro})$

#### 4 - A DISCUSSÃO

##### IV - A INCONGRUÊNCIA APRESENTADA POR DOIS I. AUTORES

###### 1 - A Incongruência

Temos um I. Professor e Autor, desde os tempos da HP-80, da década de 1970 e um I. Economista e Articulista, de 2004 que, em seus artigos, têm raciocínios iguais, ao afirmarem que, **no Plano de Amortização do Sistema Francês de Amortização que ambos denominam de TABELA PRICE, tem juro composto** que, entretanto, para o Autor – Referência 1<sup>x</sup> – afirma categoricamente:

**Sistema Francês de Amortização (vulgar e erroneamente denominado Tabela Price)**

Entretanto, estes I. Autor e Professor e o I. Economista e Articulista, ao denominarem o Sistema Francês de Amortização de TABELA PRICE, têm dois aliados importantes:

- **Do Autor da TESE de DOUTORAMENTO<sup>xx</sup> que afirma:**

- “O Sistema Francês de Amortização foi estudado pelo Sr. Richard Price em 1771”

- A Tábua III –  $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$  tem Juro Composto (na realidade tem Desconto Composto)<sup>xxx</sup>

x – Ver neste site: **Perícia Judicial / Contrato de Empréstimos e financiamentos / Livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça / Referências Bibliográficas, a Referência 1, de 1961**

xx – Ver neste site: **Perícia Judicial II / Teses e Dissertações / Plano Básico de Amortização Sistema Francês – 1965**

xxx – Ver neste site: **1 – Juros – (Mat. Financeira / A História / O Que Dizem Autores/Professores no Brasil / Em 2004 / Declaração de 16 Autores e Professores Em Defesa de Uma Ciência Matemática e Financeira**

- **Comentamos a Declaração de 16 Autores/Professores Sobre a Tabela Price, em 2004**

###### 2 – Os Livros do Sr. Richard Price

- **Da DECLARAÇÃO de 16 Professores e Autores, em Julho de 2004, de o Sistema Francês de Amortização, também conhecido como TABELA PRICE que utiliza**

as Tábuas Financeiras I, II e a Tábua VI e que esta Tábua VI calcula o valor da prestação <sup>xxx</sup>.

**A verdade histórica é que o Sr. Richard Price NUNCA estudou a Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de empréstimos e financiamentos em parcelas iguais, mensais e sucessivas ou seja, o *Sistema Francês de Amortização*.**

**QUAL A INCONGRUÊNCIA COMETIDA POR ESTES DOIS I. AUTORES ?**

**Do I. Economista e Articulista** este site recolheu artigos seus que denominamos de **Saudável Discussão Entre Dois Economistas** <sup>1</sup> que estão na Trilha:

**Perícia Judicial / Contratos de Empréstimos e Financiamentos / Economistas /  
Saudável Discussão Entre Dois Economistas**

**Obs. Recomendo a leitura do todo os artigos ali reunidos**

**Do I. Professor e Autor** este site recolheu o seu artigo **Tabela Price Sem Anatocismo Para Magistrados e Advogados** <sup>2</sup> que está na Trilha:

**Perícia Judicial/Contratos de Empréstimos e Financiamentos / Professores**

**E também na Trilha: Sistema Francês de Amortização /**

**. . Artigos do I. Professor e Autor . . . de 22.11.2019 e**

**. . Comentamos Coisas Que Não Existem no Sistema Francês de Amortização**

Vamos destacar dos artigos (1) e (2) as **INCONGRUÊNCIAS** destes dois I. Autores, transcrevendo trechos:

**Da leitura destes artigos destes DOIS I. AUTORES que tomamos para destacar as INCONGRUÊNCIAS, devemos enfatizar, para os leitores, as seguintes regras da matemática financeira:**

- 1 - O Desconto Composto é menos oneroso que o Desconto Simples ou Bancário
- 2 - Que a matemática financeira, no Juro Composto, define QUATRO MODALIDADES DE PAGAMENTOS
- 3 - Que a **Soma dos Termos de Uma Progressão Geométrica só deve ser utilizada como facilitadora de cálculos de Montantes de n Termos Iguais, nas atividades de INVESTIMENTOS, nos mercados financeiros “brasileiro e mundial”**
  - 3.1 Nunca utilizá-la para explicar a Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em parcelas, pelo fato que **a Soma dos Termos de Uma Progressão Geométrica calcula MONTANTES – Juro Composto –** e esta **Modalidade Quatro** calcula o valor da prestação fundamentado no Desconto Composto
  - 3.2 E também não usá-la na Modalidade TRÊS que utiliza Montantes de 1 Termo
- 4 - Tendo amplo conhecimento das regras da matemática financeira, deve-se observar que na:

**MODALIDADE QUATRO –** Um empréstimo ou um financiamento em **n** parcelas mensais, etc, anuais, iguais e sucessivas é igual a **n** empréstimos na:

**MODALIDADE UM – Desconto Composto** – de **n** empréstimos ou financiamentos mensais, etc, anuais, iguais e sucessivas e de **n** empréstimos na

**MODALIDADE TRÊS – Juro Composto** – de **n** empréstimos ou financiamentos a partir da data Zero, mensais, etc, anuais, de valores finais iguais.

**2 - Trecho dos Artigos Que Compõem a Matéria “Saudável Discussão Entre Um I. Economista e um I. Economista e Perito Judicial” :**

Ver este artigo, neste site, na TRILHA:

**Perícia Judicial / Contratos de Empréstimos e Financiamentos/ Economistas :  
“Saudável Discussão Entre Dois Economistas”**

**Para a análise destes Trechos recomendamos:**

**O PRIMEIRO RESUMO** deste artigo “Saudável Discussão” é que o mercado financeiro funciona, aplicando recursos financeiros em DOIS campos da matemática financeira:

**MONTANTES – Aplicações de recursos em Investimentos que são as aplicações:**

**ÚNICA – 1 TERMO – Tábua Financeira – (1+i) -Tabua I**

Se aplicar em empréstimos ou financiamentos temos a MODALIDADE TRÊS DE PAGAMENTOS .

**n TERMOS IGUAIS – utiliza a Tábua II –**

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \sum_{t=1}^n (1+i)^t$$

Aplicações defasadas de 1 período financeiro.

Período financeiro: dia, mês, bimestre, trimestre, quadrimestre, semestre e anual.

**Ambas as Tábuas contêm Juro Composto.**

**VALOR ATUAL** – Estudando as aplicações de recursos e calculando as suas rentabilidades e utilizando o Desconto Composto.

Estuda-se as aplicações de recursos em Investimentos relacionadas à Projetos e à Empréstimos e Financiamentos, à pessoas físicas e jurídicas, para recebimentos futuros de lucros (dividendos) e para recebimentos futuros de parcelas (prestações)

**Para estas duas operações utilizamos:**

- **O Método do Fluxo de Caixa Descontado**

e a

- **Modalidade Quatro de Pagamentos** (Amortizações) de Empréstimos ou Financiamentos em parcelas iguais, mensais, etc, anuais, sucessivas que é o **Sistema Francês de Amortização**.

**O SEGUNDO RESUMO** desta **Saudável Discussão** é que a Matemática Financeira ensina, no ambiente de Juro Composto, Quatro MODALIDADES DE PAGAMENTOS

**MODALIDADE UM – Sistema Alemão - 1 Termo** Tábua IV

**Desconto Composto -  $\frac{1}{(1+i)^n}$**

**Juros pagos antecipadamente**

**MODALIDADE DOIS – Sistema Americano - EM DESUSO**

**MODALIDADE TRÊS – Sistema Price – 1 Termo – Juro Composto –  $(1+i)^n$**  Tábua I

Juros acumulados e pagos, juntamente com o

empréstimo, na data do vencimento do contrato – **Juro**

**do Juro: Anatocismo**

**MODALIDADE QUATRO – n Parcelas Iguais (n Termos Iguais)**

**Desconto Composto –  $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$  – Tábua V**

-  **$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$  – Tábua III**

Os valores dos juros, contidos em cada prestação, são pagos em cada período financeiro, mês, etc, anualmente  
 Nesta Modalidade Quatro temos as prestações mensais, etc, anuais, sucessivas e de DOIS MODOS:

**Sistema Francês de Amortização** – Parcelas Iguais  
 e o

**Método Hamburguês** – Parcelas Decrescentes

**O TERCEIRO RESUMO** recomendamos, com o objetivo da DIDÁTICA, só utilizar a **Soma dos Termos de Uma Progressão Geométrica** para **DEDUZIR e gerar a Tábua II** que é utilizada nos cálculos de Montantes, em INVESTIMENTOS.

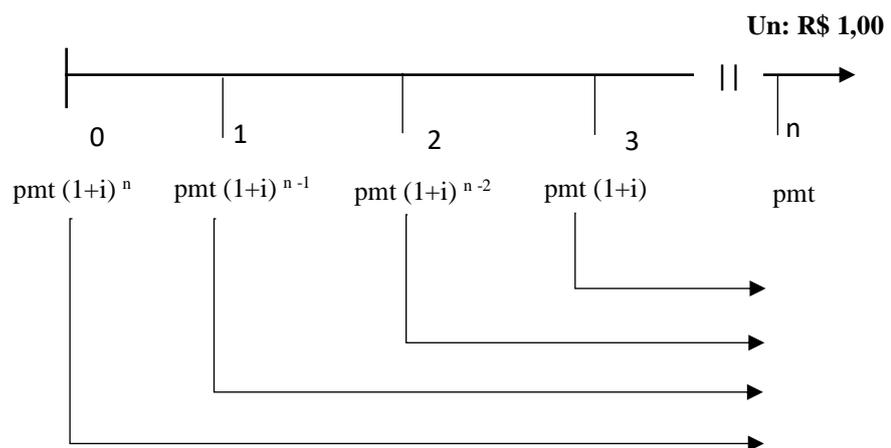
**Portanto, esta Tábua II é uma facilitadora de cálculo para os Analistas nas suas atividades em Investimentos.**

Nunca trazê-la para justificar a presença do Juro Composto na Modalidade TRÊS e, muito menos, para explicar o Juro Composto na MODALIDADE QUATRO.

**Deve ser enfatizado:**

**1 - A Soma dos Termos de Uma Progressão Geométrica Calcula Montantes - A soma de n aplicações iguais (n Termos iguais) e defasados de 1 período financeiro é assim apresentada:**

$$S_n = FV = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i)^2 + (1+i) + 1$$



**2 - E a Modalidade TRÊS calcula o Montante de cada empréstimo ou financiamento com valores – PV's – diferentes (n Termos Diferentes) e sempre a partir da DATA ZERO.**

E o raciocínio complica quando aplica o fundamento da Soma dos Termos de Uma Progressão Geométrica na Modalidade Quatro que é regida pelo DESCONTO COMPOSTO ou seja, VALOR ATUAL.

Do documento: **“Saudável Discussão Entre Dois Economistas”** tem os artigos de um I. Economista e Articulista e de um I. Economista e Perito Judicial.

Este I. Economista e Articulista tem a mesma linha de raciocínio:

- **Do Autor – Referência 2** <sup>4</sup>
- Dos Autores e Professores que publicaram a **“Declaração em Defesa de Uma Ciência Matemática e Financeira, em Julho de 2004 – Referência 10** <sup>xxx</sup>

Do I. Economista e do I. Economista e Perito Judicial que estão neste **“Saudável Discussão Entre Dois Economistas”** <sup>a</sup> recomendo a leitura das – fls 1 a 14.

Nas fl's 9 a 15 tem o artigo do I. Economista e Perito Judicial que destaca a **Declaração em Defesa de Uma Ciência Matemática e Financeira** <sup>xxx</sup> com os nomes dos Autores e Professores que assinaram esta Declaração, em 2004 e este Economista e Perito Judicial DESTACA trechos de livros de Quatro Autores desta **Declaração** e pergunta:

**“Como poderia existir a cobrança do Juro sobre Juro ou Anatocismo na Tabela Price se, em nenhum momento, novos juros são incorporados ao Saldo Devedor, sobre os quais novos juros teriam que ser cobrados ?**

**Das fls 16 a 27 o I. Economista e Articulista responde e argumenta:**

No seu artigo: **Tabela Price a Polêmica Continua** <sup>a</sup> onde realça a validade contida na **“Declaração em Defesa de Uma Ciência Matemática e Financeira** <sup>xxx</sup>” que declaram:

**“a Tabela Price é constituída com base na Teoria dos Juros Compostos (ou capitalização composta)” – fl 16** <sup>a</sup>.

4– Ver adiante

xxx – Já citado

a – já citado

**Este I. Economista e Articulista afirma:**

“Venho, não em defesa de pessoas ou ideias, mas em defesa da ética e **da verdade matemática** me opor à posição do Sr. Aquino” - fl 16<sup>a</sup>

**E na fl 17, afirma:**

“À parte a questão sobre a conceituação do anatocismo tem-se a dizer **que a formação de juros na Tabela Price está baseada na capitalização composta**. Isto é um fato e não uma tese ou uma ideia . . .”

**Comentamos:** Na “Declaração”, ao relacionar o seu texto aos exemplos das aplicações financeiras ali citados, trata-se dos trabalhos do Sr. Richard Price em 1771 que utilizou as Tábuas I –  $(1+i)^n$  ; Tábua II –  $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ , - bem como a Tábua VI -  $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$

**para os seus cálculos de Reservas Técnicas - Montantes**

**Tudo isto é Juro Composto e estas 3 Tábuas podem ser apelidadas de Tabela Price.**

À fl 28, o I. Economista e Articulista pergunta:

“Como é possível que a Tabela Price não capitalize juros, se sua formulação está baseada em Juros Compostos?” e apresenta  **$FV = PV (1+i)^n$  – Tábua I.**

4 – Referência 2 – ver neste site na Trilha:

**Perícia Judicial / Contratos de Empréstimos e Financiamento / Livro Matemática Financeira nos Tribunais de Justiça / Referências Bibliográficas – a Referência 2**

5 – Referência 10 – ver neste site na Trilha:

**Juros – (Matemática Financeira / A História / O Que Dizem Autores e Professores no Brasil / Em 2004 / Comentamos Declaração de 16 Professores**

3 – **Perícia Judicial / Contrato de Empréstimos e Financiamentos / Economistas / Saudável Discussão Entre Dois Economistas**

a – Já citado

A discussão entre estes dois I. Economistas **segue até a fl 39**, mas com necessidades de melhores definições sobre os fundamentos da matemática financeira que destacamos no início deste texto.

**Mas afirmo: O Sr. Richard Price NUNCA estudou matéria relacionada à MODALIDADE QUATRO DE PAGAMENTOS (Amortizações) de Empréstimos e financiamentos em parcelas, ou prestações anuais, daí anuidades: - (Não confundir com ANNUITY) que foi o pagamento de benefícios estudado pelo Sr. Price, em 1771.**

**Aqui, no Brasil, confundem os trabalhos do Sr. Price que, sendo proprietário de uma Seguradora, ofereceu à seus clientes, em 1771, PECÚLIOS e RENDAS CERTAS que distribuía benefícios anuais (ANNUITY – IES) e não empréstimos com pagamentos de prestações.**

**Este é o imbróglio.**

**Retornando ao texto da Discussão entre o I. Economista e o I. Economista e Perito Judicial destaco de seus textos:**

**À fl 39 e parte da fl 40**

#### A CAPITALIZAÇÃO DE JUROS NA TABELA PRICE

Há alguns meses escrevi um artigo que trata de um assunto bastante polêmico, tanto no meio jurídico quanto no meio técnico - financeiro: a prática do anatocismo pela adoção da Tabela Price como sistema de amortização. Além de comprovar a ocorrência da capitalização, tentou-se oferecer um modelo matemático que possibilitasse a liquidação de um empréstimo em prestações iguais e sucessivas, sem a incidência da capitalização composta dos juros.

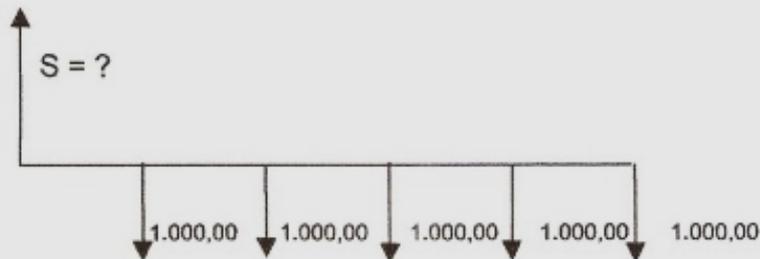
Alguns colegas tem se manifestado com relação a incorporação dos juros ao saldo devedor, que, da forma cuja evolução das parcelas é normalmente demonstrada, não fica evidente a referida incorporação, condição primordial à confirmação da prática do Anatocismo.

Assim, coloco como objetivo deste artigo, tratar especificamente da capitalização dos juros e de que forma podemos identificar sua incorporação ao saldo devedor

A amortização de uma dívida pela "Tabela Price" representa uma amortização pelo método francês, que envolve a definição de juros compostos. É importante destacar que o Sistema da Tabela Price não implica necessariamente prestações mensais como geralmente se entende. As prestações podem ser também trimestrais, semestrais ou anuais: basta que sejam iguais, periódicas, sucessivas e de termos vencidos. Também é importante que se esclareça que a Tabela Price não implica necessariamente taxas de juros de 1% ao mês (ou de 12% ao ano, como normalmente é indicado), podendo ser definida para qualquer taxa.

### Exemplo de demonstração

Um empréstimo deverá ser liquidado em 5 prestações mensais e iguais de R\$ 1.000,00 cada, à taxa de juros de 10% ao mês, conforme fluxo de caixa abaixo. Calcular o valor emprestado, ou seja, o valor presente na data do contrato.



O valor emprestado/financiado, como mencionado, corresponde à soma dos valores atuais de cada uma das prestações, como segue:

$$P_1 = 1.000,00 / (1,10)^1 = 909,09$$

$$P_2 = 1.000,00 / (1,10)^2 = 826,45$$

$$P_3 = 1.000,00 / (1,10)^3 = 751,31$$

$$P_4 = 1.000,00 / (1,10)^4 = 683,01$$

$$P_5 = 1.000,00 / (1,10)^5 = 620,92$$

$$P_{\text{total}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 3.790,79$$

### Da fl 41

Apresenta o Diagrama do Fluxo de Caixa com o exemplo:

$$n = 5 ; i = 10,00\% ; FV=? ; pmt = \$ 1.000,00$$

**Comento:** A leitura deste texto demonstra que o I. Economista e Articulista tem a mesma posição que expomos no início desta matéria sobre as Quatros Modalidades de Pagamentos.

**Não distingue A Modalidade TRÊS Da Modalidade QUATRO**

### 3 - O I. Economista e Articulista no Seu Artigo “A Capitalização de Juro na Tabela Price”

– fl 39 que compõe a Matéria “Saudável Discussão Entre Dois I. Economistas” - destaca:

#### “Sistemas de Amortização

. . . Existem diversas formas possíveis de liquidar um financiamento:

- Pagamento antecipado de juros: e pagamento do principal no final.
- Pagamento periódico dos juros e pagamento do principal no final
- Pagamento do principal e dos juros somente no final.
- No Brasil, a maneira mais utilizada é a de prestações iguais e sucessivas que permite a amortização periódica do capital emprestado e dos juros acumulados (sic -acrescentamos)

**Nós Acrescentamos:**

**Modalidade UM  
Desconto Composto**

**Modalidade DOIS  
Em Desuso**

**Modalidade TRÊS  
Juro Composto**

**Modalidade QUATRO  
Desconto Composto**

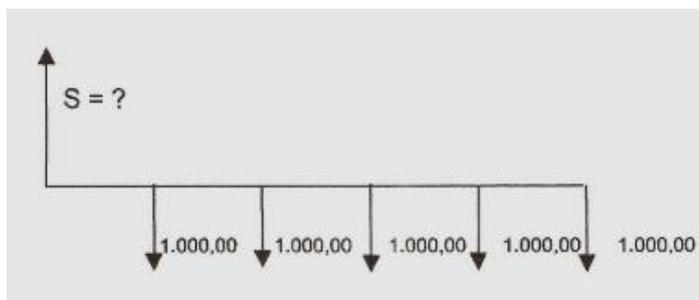
final.

**Comentamos: Na Modalidade QUATRO só existem DOIS MODOS: Sistema Francês de Amortização e o Método Hamburguês. Não é a maneira mais utilizada :É a única existente**

O sistema atualmente adotado é o SFA (que acrescentamos – Sistema Francês de Amortização) – TP – Tabela Price”

**Nossa Obs. :Só existe o Sistema Francês de Amortização. Tabela Price não existe.**

**Graficamente o I. Economista e Articulista apresenta esta Modalidade Quatro do seguinte modo:**



**Obs. Este Diagrama do Fluxo de Caixa não representa nem a Modalidade TRÊS e, tampouco, a Modalidade QUATRO**

**E o I. Economista e Articulista continua à fl 41:**

O valor emprestado / financiado, como mencionado, corresponde à soma dos valores atuais de cada uma das prestações, como segue:

**Obs. : O I. Economista define o que é prestação – Modalidade Quatro - Desconto Composto, mas o que ele detalha a seguir, é:**

**Modalidade Três:**

$$PV = FV \frac{1}{(1+n)^n}$$
$$P_1 = 1000 \frac{1}{(1,10)} = 909,09$$
$$P_2 = 1000 \frac{1}{(1,10)^2} = 826,45$$
$$P_3 = 1000 \frac{1}{(1,10)^3} = 751,31$$
$$P_4 = 1000 \frac{1}{(1,10)^4} = 683,01$$
$$P_5 = 1000 \frac{1}{(1,10)^5} = \underline{620,92}$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = \mathbf{3.790,79}$$

**Em seguida calcula o valor da prestação:**

$$pmt = 3.790,79 \frac{(1,10)^5 \cdot 0,10}{(1,10)^5 - 1} = 1.000,00$$

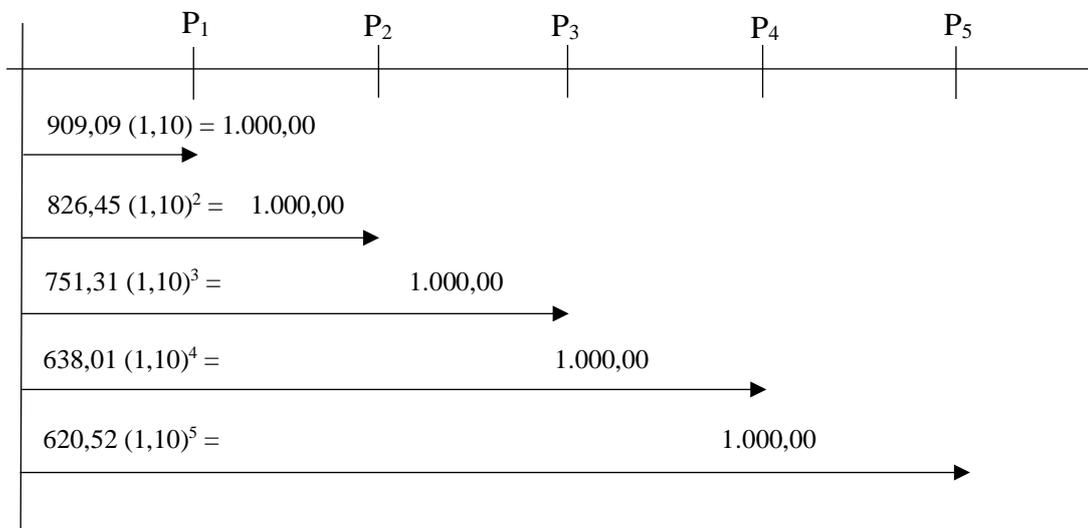
(sic, acrescentamos)

**E ainda acrescenta:**

“As equações acima já demonstram que o valor da prestação é obtida pela apropriação de juro composto sobre os seus respectivos valores presentes (parcela de capital)”.

**Obs. O I. Economista não distingue o que é Modalidade TRÊS e o que é Modalidade QUATRO.**

**Graficamente nós acrescentamos no seu exemplo, para ser a Modalidade TRÊS é assim representado:**



**O I. Economista e Articulista continua e apresenta o QUADRO 2 à fl 43 :**

**QUADRO 2  
PLANO DE AMORTIZAÇÃO**

Prestação no.	Valor da Prestação	Valor da Amortização	Valor do Juro	Saldo Devedor
0	-	-	-	3790,79
1	1.000,00	620,92	379,08	3.169,87
2	1.000,00	683,01	316,99	2.486,85
3	1.000,00	751,31	248,69	1.735,54
4	1.000,00	826,45	173,55	909,09
5	1.000,00	909,09	90,91	-
<b>TOTAL</b>	<b>5.000,00</b>	<b>3.790,79</b>	<b>1.209,21</b>	<b>-</b>

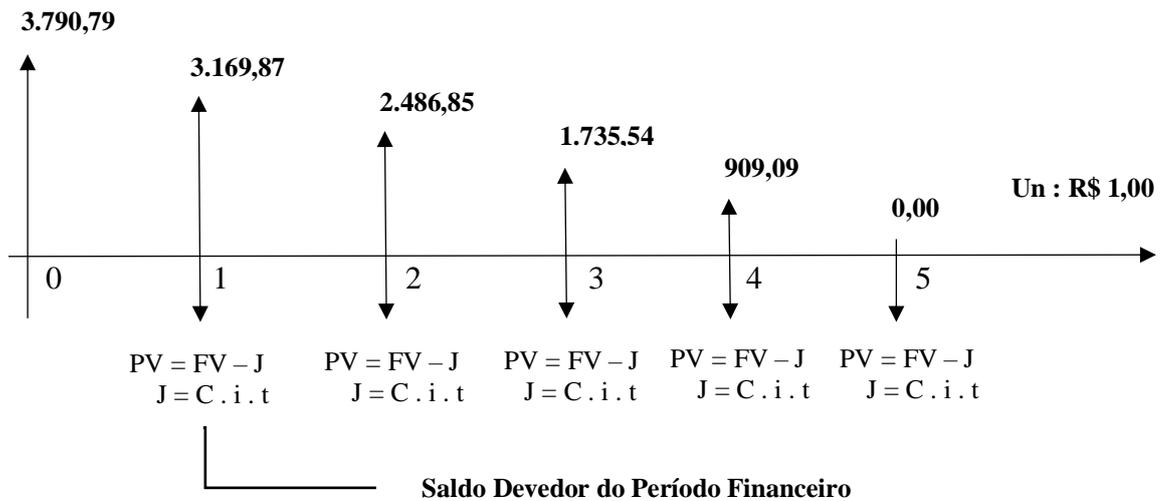
**Isto é Modalidade Quatro e está correto**

**Nós acrescentamos:**

**Graficamente no Owner's Handbook da HP 12C <sup>3</sup> não disponibiliza um Diagrama do Fluxo de Caixa para esta Amortização de Empréstimos e Financiamento em parcelas que é a MODALIDADE QUATRO e, por isso, apresento, o Gráfico do Fluxo de Caixa Descontado com base neste Plano de Amortização da Modalidade Quatro de Pagamentos de Empréstimos e Financiamentos em Parcelas:**

**3 – Já citado**

## Saldo Devedor



$$J = 3.790,79 \cdot 0,10 \cdot 1 = 379,08$$

$$J = 909,09 \cdot 0,10 \cdot 1 = \$ 90,91$$

Como vemos, o I. Articulista não distingue a Modalidade

TRÊS da Modalidade QUATRO e afirma que, no Tempo 1, é paga a 1ª prestação e nela só contém \$ 90,91 do valor do juro, quando deveria ter \$ 379,08 e a diferença  $379,08 - 90,91 = \$ 288,17$  é o Saldo do Juro que é incorporado ao Saldo Devedor. **Isto não existe.**

**No Tempo 1, na Modalidade TRÊS, vence um empréstimo de \$ 1.000,00 e nele contém \$ 90,91 de juros e, no Tempo 1, na Modalidade QUATRO, vence uma prestação, no valor de \$ 1.000,00, com o Saldo Devedor de \$ 3.790,79 e nesta prestação contém \$ 379,08 de juros . Estas são as realidades das duas operações.**

**Para mostrar o raciocínio do I. Economista e Articulista transcrevo:**

Num sistema de amortização de prestações iguais e sucessivas, tanto o capital emprestado quanto os juros são amortizados ao longo do período contratado, se extinguindo com o pagamento da última prestação. A forma tradicional de demonstração da evolução do saldo devedor, onde se tem a parcela de amortização pela diferença entre a prestação e os juros apurados no mês, "camufla" a incidência da capitalização composta dos juros. Esta forma de demonstração não prejudica o resultado matemático, justamente pelo fato dos juros estarem incorporados ao capital: debita-se a prestação, que é composta de capital e juros, do saldo devedor existente, que também é composto de capital e juros. Vejamos no quadro a seguir como ocorre a incorporação dos juros no saldo devedor, período a período.

QUADRO 3

n.º	Capital Saldo anterior	Capital pago	Capital Saldo	Juros do mês	Juros acumulados	Juros pagos	Juros Saldo	Saldo final (Capital + Juros)
0			3.790,79					3.790,79
1	3.790,79	909,09	2.881,70	379,08	379,08	90,91	288,17	3.169,87
2	2.881,70	826,45	2.055,25	316,99	605,16	173,55	431,60	2.486,85
3	2.055,25	751,31	1.303,93	248,69	680,29	248,69	431,60	1.735,54
4	1.303,93	683,01	620,92	173,55	605,16	316,99	288,17	<u>909,09</u>
5	620,92	620,92		<u>90,91</u>	379,08	379,08	(0,00)	(0,00)

Juros sobre capital  
acrescidos dos juros  
acumulados

Juros reincorporados  
ao Saldo Devedor

Somente quando da apuração do saldo havido após a amortização do primeiro pagamento é que não há a (re)incorporação dos juros ao saldo devedor. Nas demais parcelas, observa-se, o saldo dos juros não amortizados, retornam ao saldo devedor para compor a base de cálculo dos juros do período posterior. À medida que o valor da parcela de amortização da prestação vai diminuindo, a parcela de juros da prestação vai aumentando, resultado que promove a perfeita liquidação do saldo devedor no prazo contratado.

A maioria dos sistemas de amortização incorpora o conceito de juros compostos, e a Tabela Price não é diferente. Contudo, dada as características da legislação brasileira, que, embora antiga, ainda coibi esta prática, torna-se absolutamente necessário reavaliar os modelos conhecidos e, na medida do possível, elaborar novos modelos que atendam as exigências legais.

Comentamos: 1 - O I. Economista e Articulista não distinguindo a Modalidade TRÊS da Modalidade QUATRO e toma no Tempo 1 da Modalidade TRÊS quando vence o empréstimo de 30 dias, considera que é o pagamento da 1ª prestação.

Para entender e desfazer este entendimento, tem que observar o Diagrama do Fluxo de Caixa na página anterior

2 - O I. Economista e Articulista no seu exemplo:

No Quadro 01 demonstra a MODALIDADE TRÊS

No QUADRO 02 demonstra o Plano de Amortização da Modalidade Quatro

No Quadro 03 instala uma confusão de racioncínio

O gráfico do Diagrama do Fluxo de Caixa para a Modalidade TRÊS é diferente do Gráfico do Diagrama do Fluxo de Caixa da Modalidade Quatro.

3 - Como está posto no Quadro 3, o I. Economista e Articulista não distingue as características financeiras da Modalidade TRÊS, das características financeiras da Modalidade QUATRO.

#### 4 - Trechos do Artigo “Tabela Price Sem Anatocismo Para Magistrados e Advogados” do I. Professor e Autor Atuante Desde os Tempos da HP-80, da década de 70, hoje a HP 12C. <sup>b</sup>

De início destacamos o seguinte trecho deste artigo:

O Quadro 1, a seguir, mostra os valores da Tabela Price “Tradicional” na liquidação de um financiamento de R\$100.000,00, no prazo de quatro meses, com a taxa de juros de 10% ao mês, a juros compostos. A prestação mensal obtida pelas calculadoras financeiras tem o valor de R\$ 31.547,08.

Quadro 1 - Tabela Price "Tradicional" - Juros Compostos - Sem Anatocismo					
Mês	Juros Devidos (A)	Pagamentos no Final do Mês			Saldo Devedor de Principal (E)
		Prestação (B)	Juros (C) = (A)	Amortização (D)=(B)-(C)	
0					100.000,00
1	10.000,00	31.547,08	10.000,00	21.547,08	78.452,92
2	7.845,29	31.547,08	7.845,29	23.701,79	54.751,13
3	5.475,11	31.547,08	5.475,11	26.071,97	28.679,16
4	2.867,92	31.547,08	2.867,92	28.679,16	0,00
		Soma		100.000,00	

b – Já citado

**É de se destacar neste Quadro 1 dessa Tabela Price “Tradicional”:**

- os juros devidos de cada mês (Coluna A) são calculados pela aplicação da taxa de juros (10%) sobre o saldo devedor do início do mês. Por exemplo, no final do 1º mês temos  $10.000,00 = 100.000,00 \times 10\%$ .
- os juros devidos em cada mês [Coluna (A)] são integralmente pagos no final do respectivo mês [(coluna (C)], o que faz evitar a capitalização de juros;
- o saldo devedor no final de cada mês [coluna (E)], só contém valores de principal;
- os pagamentos dos juros têm prioridade sobre os pagamentos das amortizações, atendendo ao disposto no art. 354 do CC;
- os juros decrescem e as amortizações crescem ao longo do prazo do financiamento;

**Comentamos: Este QUADRO 1 é a Modalidade QUATRO DE PAGAMENTOS DE EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS EM PARCELAS, o conhecido Sistema Francês de Amortização (vulgar e erroneamente denominado Tabela Price) perfeito e acabado.**

**É O PLANO DE AMORTIZAÇÃO.**

**E continuando, destacamos o seguinte trecho deste artigo:**

**Distorções da tabela price para comprovação de suposto anatocismo**

Existem, entretanto, profissionais do mercado, inclusive peritos judiciais, que consideram a Tabela Price como uma soma de vários financiamentos independentes, de pagamento único a termo, de mesmo valor, porém com prazos diferentes. Para diferenciá-la da “Tabela Price “Tradicional” vamos denominá-la de Tabela Price “Distorcida”. Nessa Tabela Price “Distorcida”, a 1ª prestação representa um financiamento cuja amortização é o seu valor presente, a 2ª prestação representa um novo financiamento cuja amortização é o seu valor presente, e assim por diante. A soma dos valores presentes de cada prestação é igual ao valor do principal do financiamento. Nesta sistemática, cada prestação é independente das demais, e deve isoladamente pagar os juros de todos os períodos anteriores, somente a ela vinculados, desde o início do contrato. Esses juros anteriores, de cada prestação, são capitalizados até a data do pagamento da prestação correspondente, instalando-se, assim, o anatocismo. Apenas a primeira prestação é que não apresenta juros capitalizados, pois os juros do primeiro

período são pagos integralmente. Todas as demais prestações apresentam juros capitalizados.

**Comentamos: O I. Autor descreve a MODALIDADE TRÊS DE PAGAMENTOS DE EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS - DE PAGAMENTO ÚNICO –  $(1+i)^n$  - Tábua I**

De acordo com esse método de cálculo, - **do qual, com a devida vênia, discordamos veementemente**, - o pagamento das amortizações tem preferência sobre o pagamento dos juros. **Em primeiro lugar, são pagas as amortizações**; o restante é, posteriormente, usado para liquidação dos juros. Essa prioridade pelas amortizações contraria os critérios adotados nos livros de matemática financeira e calculadoras financeiras, e só é válida se prevista em contrato, sob pena de violar o artigo 354 do CC.

**Comentamos: Na Modalidade Quatro, sob quaisquer hipóteses, nos pagamentos das prestações, adimplentes ou inadimplentes, este artigo 354 do CC não tem regência, sobre o juro embutido na prestação.**

**A seguir o I. Autor e Professor analisa:**

**Juros Compostos = Juros sobre saldo devedor**

O regime de juros compostos é um sistema de cálculo no qual os juros cobrados no final de cada período são calculados sobre o saldo devedor/credor do financiamento, existente no início do período correspondente. Portanto, o que há de ficar claro é se existem ou não juros no saldo do financiamento, saldo esse que poderá ser objeto de capitalização, dependendo da sua composição.

Quando os juros do período não são integralmente pagos no final do período, a parcela de juros que não for paga é, automaticamente, capitalizada. Nesse caso, sendo uma parcela do saldo devedor/credor, os juros fazem parte da base de cálculo dos juros dos períodos subsequentes e, portanto, ocorrerá o anatocismo, pois haverá incidência de “juros sobre juros”.

Entretanto, se os juros do período forem integralmente pagos no final do respectivo período - como ocorre em diversas situações, inclusive na Tabela Price “Tradicional” - não existe a possibilidade fática de serem capitalizados e, nesses casos, o regime de juros compostos não implica incidência de “juros sobre juros” e, portanto, não há anatocismo. Conclui-se, dessa

forma, que o anatocismo somente ocorre no regime de juros compostos quando os juros de cada período não são integralmente pagos no final dos respectivos períodos. Podemos, assim, afirmar que “juro composto” não é sinônimo de “juros sobre juros”. Esse é, possivelmente, um dos principais pontos que gera controvérsias.

Por uma questão conceitual, a capitalização dos juros ou a incidência de “juros sobre juros” só ocorrerá, indubitavelmente, nas situações em que o saldo devedor contiver parcelas de juros vencidos que não foram pagas e sim capitalizadas. A partir dessa constatação, para que se avalie a presença do anatocismo no caso concreto, é indispensável que se conheça a subdivisão dos valores das prestações do financiamento, nas suas parcelas de amortização e juros. Somente com o conhecimento do valor da amortização e dos juros, é possível verificar se os valores das prestações são suficientes para liquidar os juros devidos em cada período e, assim, constatar a existência ou não do anatocismo.

**Comentamos: Na Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em Parcelas, onde temos o:**

**Sistema Francês de Amortização**

**e o**

**Método Hamburguês e NÃO EXISTEM OUTROS, não tem, sob quaisquer hipóteses, o não pagamento integral dos juros no final de cada período financeiro.**

**Este “juro do período não integralmente pagos” é, também, erradamente defendido pelo Autor da DISSERTAÇÃO <sup>1</sup>**

**Isto não existe.**

**1 – Ver neste site na TRILHA:**

**Perícia Judicial 2 / Teses e Dissertações / Dissertação de Teotonio Costa Rezende, de 2003**

**E Continua o I. Professor e Autor :**

**Pagamentos de juros têm prioridade sobre amortizações**

O pagamento dos juros de cada período tem prioridade sobre as amortizações, conforme determina o art. 354 do CC, salvo estipulação contratual em sentido contrário. A íntegra desse artigo é a seguinte:

“Havendo capital e juros, o pagamento imputar-se-á primeiro nos juros vencidos, e depois no capital, salvo estipulação em contrário, ou se o credor passar a quitação por conta do capital”.

Entende-se capital como amortização. Assim, as amortizações contidas em cada prestação são, posteriormente, calculadas pela diferença entre o valor da prestação e o valor da parcela que foi aplicada na liquidação dos juros do período. A segregação da parcela de juros e amortização, com a prioridade ao pagamento de juros é prática adotada nos livros de matemática financeira, brasileiros e estrangeiros e está presente na calculadora financeira HP 12C e na planilha eletrônica Excel.

**Comentamos: Na Modalidade Quatro de Pagamentos (Amortizações) de Empréstimos e Financiamentos em Parcelas não há esta preferência:**

**Na adimplência: paga-se a prestação.**

**Não aplica-se este artigo 354 do C.C**

**Na inadimplência: Aqui aplica-se**

**O artigo 354 do C.C**

**A prestação torna-se capital e sobre este valor aplica-se o cálculo do Juro de Mora.**

**O pagamento do Juro de Mora tem preferência sobre o valor da prestação.**

**A seguir o I. Autor e Professor apresenta o seu QUADRO 2 que é uma reorganização do seu QUADRO 1 e, nesta reorganização, o I. Autor e Professor transforma a Modalidade Quatro na Modalidade TRÊS quando afirma:**

**“A amortização do 1º mês (28.679,16) é o valor presente da 1ª prestação de R\$ 31.547,08”. Só que os valores do principal e do juro desta prestação corresponde a 4ª prestação”**

**Aqui o I. Autor e Professor está raciocinando com a Modalidade TRÊS mas estamos na Modalidade QUATRO.**

**O QUADRO 2, a seguir, mostra os valores dessa Tabela Price “Distorcida” utilizada na liquidação de um financiamento com os mesmos dados do exemplo anterior.**

No exemplo a seguir, a prestação mensal, também obtida pela HP-12C, tem o valor de R\$ 31.547,08.

Quadro 2 – Tabela Price “Distorcida” a Juros Compostos com Suposto Anatocismo							
Mês (n)	Fator Desc. Composto $1 / (1+i)^n$	Juros Devidos	Pagamentos no Final do Mês			Juros Não Pagos	Saldo Devedor Principal (+) Juros
			Prestação (PMT)	Amortização VP de PMT	Juros Pagos		
	(A)	(B)	(C)	(D) = (C) x (A)	(E) = (C) – (D)	(F) = (B) – (E)	(G)
0							100.000,00
1	0,90909	10.000,00	31.547,08	28.679,16	2.867,92	7.132,08	78.452,92
2	0,82645		31.547,08	26.071,97	5.475,11		54.751,13
3	0,75131		31.547,08	23.701,79	7.845,29		28.679,16
4	0,68301		31.547,08	21.547,08	10.000,0		0,00
			Soma		100.000,00		

Quadro 2 - Tabela Price "Distorcida" a Juros Compostos com Suposto Anatocismo							
Mês (n)	Fator Desc. Composto $1/(1+i)^n$	Juros Devidos	Pagamentos no Final do Mês			Juros Não Pagos	Saldo Devedor Principal (+) Juros
			Prestação (PMT)	Amortização VP de PMT	Juros Pagos		
	(A)	(B)	(C)	(D)=(C) x (A)	(E)=(C)-(D)	(F)=(B)-(E)	(G)
0							100.000,00
1	0,90909	10.000,00	31.547,08	28.679,16	2.867,92	7.132,08	78.452,92
2	0,82645		31.547,08	26.071,97	5.475,11		54.751,13
3	0,75131		31.547,08	23.701,79	7.845,29		28.679,16
4	0,68301		31.547,08	21.547,08	10.000,00		0,00
			Soma		100.000,00		

É de se destacar neste QUADRO 2 - Tabela Price “Distorcida”:

A amortização do 1º mês (R\$ 28.679,16) é o valor presente da 1ª prestação de R\$31.547,08 e, os juros pagos no 1º mês (R\$2.867,08) são iguais à diferença entre a prestação e a respectiva amortização, o que demonstra que os pagamentos das amortizações têm prioridade sobre os pagamentos dos juros, diferente do que determina o art. 354 do CC;

Os juros devidos no 1º mês são, indubitavelmente, iguais a R\$ 100.000,00 x 10% = R\$10.000,00. No entanto, os juros efetivamente pagos no final desse período têm o valor igual a R\$ 2.867,08, restando, portanto, R\$ 7.132,08 de juros vencidos e não pagos, que são capitalizados – gerando o anatocismo - e passam a fazer parte do saldo devedor de R\$ 78.452,92.

As prestações - que têm o mesmo valor nos QUADROS 1 e 2 - são subdivididas de forma diferente nas suas parcelas de amortização e juros

- os saldos devedores dos Quadros 1 e 2 também têm o mesmo valor, no entanto, no quadro 1, o saldo devedor é formado exclusivamente pelo principal e, no Quadro 2, o saldo é formado tanto pelo principal e por juros vencidos.
- os juros crescem e as amortizações decrescem ao longo do prazo do financiamento, estabelecendo uma lei de formação inversa à da Tabela Price “Tradicional” .

**Comentamos: Diz o I. Autor e Professor:**

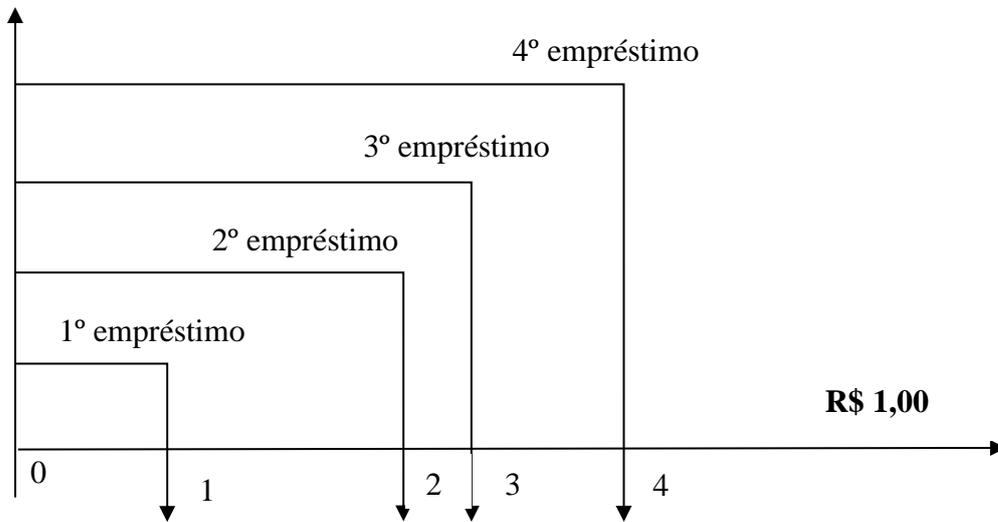
“Os Juros crescem e as Amortizações decrescem ao longo do prazo do financiamento, estabelecendo uma Lei de formação inversa à da Tabela Price “Tradicional”

Peço vênia mas o I. Autor e Professor está descrevendo a Modalidade TRÊS.

Para esclarecer este imbróglio faremos os Diagramas do Fluxo de Caixa:

## MODALIDADE TRÊS

### Do Ponto de Vista do Financiador



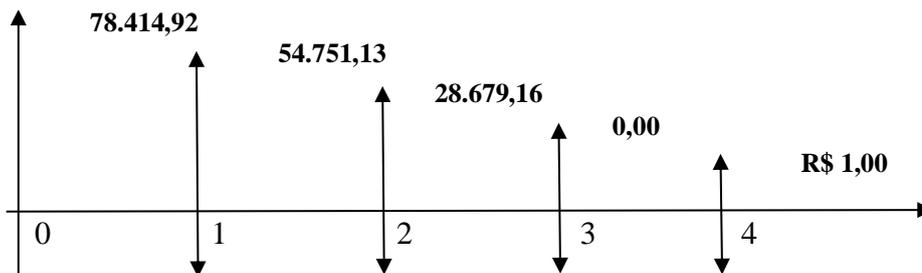
PV = 28.675,16	21.547,08
Juro = <u>2.867,92</u>	<u>10.000,00</u>
31.547,08	31.547,08

## MODALIDADE QUATRO DE PAGAMENTOS

### Plano de Amortização

#### Saldo Devedor

PV = 100.000,00



PV = 21.547,08	28.679,16
Juro = <u>10.000,00</u>	<u>2.867,92</u>
31.547,08	<u>31.547,08</u>

“Sob a ótica da Tabela Price “Distorcida”, na medida em que o valor do principal foi subdividido criando multi financiamentos, cada prestação líquida a parte do principal a ela atribuída e também os respectivos juros devidos desde o início até a data de pagamento da

respectiva prestação. Assim, por essa dinâmica, a 1ª. prestação paga apenas os juros que cabem a ela, apesar do seu montante ser suficiente para liquidar os juros das prestações subsequentes, que acabam sendo capitalizados por falta de pagamento, descumprindo a lei.”

**Comentamos: É a conclusão do I. Autor e Professor**

**Peço vênia e faço adendo:**

**Os Diagramas do Fluxo de Caixa apresentados mostram a solução deste contraditório**

**Ver neste site na TRILHA:**

- Sistema Francês de Amortização / Sistema Francês de Amortização É, Matematicamente, Perfeito e Acabado

**Obs. Analisem este exemplo deste I. Professor e Autor.**

e

- Richard Price E As Quatro Modalidades De Pagamentos

## **5 - CONCLUSÃO**

Para solucionar esta “confusão”, entre as MODALIDADES TRÊS e QUATRO, recomendo ler, neste site :

**na TRILHA: SISTEMA FRANCÊS DE AMORTIZAÇÃO, os artigos:**

- Tabela Price Sem Anatocismo para Magistrados e Advogados
- Sistema Francês de Amortização É, Matematicamente, Perfeito e Acabado
- Comentamos Coisas Que Não Existem no Sistema Francês de Amortização
- Matemática Financeira - Verdades Que Precisam Aparecer

**Recomendo fazer uma análise comparada e refletir.**

Ver se precisa reformular conhecimentos.

E após, recomendo entrar: na TRILHA: DESCASAMENTO – SFH - e nesta opção ler:

**Sistema Financeiro de Habitação – SFH – Perfeito e Acabado**

**E na TRILHA: DESCASAMENTO – SFH / ABECIP – SFI – 1992 a 2001/**

**VIII Encontro ABECIP – Brasília NOV / 1995 E O FCV**

**Comentamos Opiniões de Debatedores Sobre o FCVS**

e concluem se precisamos fazer reformulações nos conceitos e no ENSINO da Matemática Financeira.

**Ver na TRILHA: PERÍCIA JUDICIAL 2 / Teses e Dissertações / Ensino de Contabilidade No Brasil  
Uma Análise Crítica da Formação do Corpo Docente  
Valcemiro NOSSA – USP – São Paulo - 1999**