UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
Departamento de Economia

AMORTIZAÇÕES

Rodrigo De Losso da Silveira Bueno

São Paulo
2012

Reitor da Universidade de São Paulo
Prof. Dr. João Grandino Rodas

Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade
Prof. Dr. Reinaldo Guerreiro

Chefe do Departamento de Economia
Prof.ª Dr.ª Elisabeth M. M. Q. Farina

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Publicações e Divulgação do SBD/FEA/USP

Bueno, Rodrigo De Losso da Silveira

Amortizações /

Rodrigo De Losso da Silveira Bueno. – São Paulo : FEA/USP, 2012.

xxx f.

Tese (Livre Docência) – Universidade de São Paulo, 2012

Bibliografia.

1. Economia (Teoria) 2. Amortização 3. Matemática Financeira. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da USP II. Título.

CDD – 330

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
Departamento de Economia

AMORTIZAÇÕES

Rodrigo De Losso da Silveira Bueno

Tese apresentada ao Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Livre Docente.

São Paulo
2012

Resumo

Resumo: Esta tese aborda três assuntos relacionados entre si e distribuídos em três capítulos separados.

Usando um argumento de arbitragem, o capítulo 2 mostra que a interpretação sobre o que é juros e o que é amortização no sistema Francês representa uma falácia decorrente da hipótese de repactuação periódica do saldo devedor sempre à mesma taxa. Essa hipótese é, discutivelmente, irreal. Propõe-se um sistema de amortização alternativo, fundamentamentado em princípios econômicos consagrados e que replicam exatamente o fluxo de pagamentos, mas mudam a interpretação sobre o que é juros e amortização em cada parcela paga. Via simulações, mostra-se que essa metodologia pode ter efeitos práticos substanciais, a depender do regime tributário. Supondo o caso extremo em que o imposto é devido a partir do momento em que a parcela é paga, a economia em termos de impostos para o emprestador pode ser superior a 37% em relação ao que é pago atualmente, sendo a taxa de juro de 12.5% a.a. e prazo de empréstimo de 30 anos. Por outro lado, caso o emprestador queira repassar parte de seus ganhos ao tomador, a taxa de juros poderá cair cerca de 20% para empréstimos de 30 anos.

O capítulo 3 argumenta que os sistemas de amortização propostos no Brasil não são ótimos do ponto de vista do credor nas dimensões risco-retorno. Por essa razão sugere uma forma de montar sistemas de amortização baseados no princípio de que os juros em t são o produto do saldo devedor anterior multiplicado pela taxa de juros do contrato. Com isso, é possível montar qualquer configuração de amortizações, inclusive uma em que elas são aleatórias. Propõe-se, então, um modelo de otimização em que se maximiza a razão retorno-risco combinando-se pagamentos e lucros do credor, incluindo uma probabilidade de inadimplência por parte do devedor. Por esse modelo, mostra-se a configuração de vários esquemas de amortização, a depender da taxa de juros, custo de oportunidade do credor, taxa de inadimplência e peso atribuído a lucros e receitas brutas. Para baixas taxas de inadimplência, a configuração de pagamentos deve ser crescente ao longo do tempo. Para taxas de inadimplência altas, a configuração de pagamentos deve ser decrescente como no sistema de amortização constante - SAC. Taxas médias de inadimplênciascombinadas com pesos bem distribuídos entre receitas brutas e lucros resulta em configurações de pagamentos variadas, algumas imitando razoavelmente o SAC.

O capítulo 4 discute mais propriamente a questão da cobrança de juros sobre juros, também conhecida como anatocismo. Prova-se que qualquer sistema de amortização obtido pelo sistema de geral de amortização implica em anatocismo, a exemplo do SAC e do sistema Francês. Mostra que o anatocismo é inevitável usando um argumento de arbitragem. Em seguida, simula-se um modelo simples de intermediação financeira em que uma instituição capta recursos a juros compostos e os empresta a juros simples. Mostra-se que a instituição que não praticar o anatocismo vai rapidamente à falência, a depender do spread de juros e custo oportunidade. Finalmente, argumenta-se que a incerteza jurídica dos tribunais, por decidirem diferentemente com respeito a essa questão, gera um aumento de taxa de juros que reduz o bem estar da população.

Palavras-chave: Sistemas de amortização. Sistema Francês. Sistema de múltiplos contratos. Sistema Geral de Amortização. Anatocismo. SMC. SGA.

Abstract

By using an arbitrage argument, chapter 2 shows that the interpretation about what interest payment is and what principal payment is according to the French Amortization System is a fallacy, because it assumes the outstanding balance is refinanced every period at the same initial rate. Such a hypothesis is arguably unreal. I propose another amortization system that replicates the original cash flow and generates a new interpretation about interest and principal of each payment. By simulations, I show that such a system may have powerful empirical effects depending on the tax regime. If the tax is due to the instant a payment is done, the lender may pay about 37% less taxes than what is paid nowadays, given interest rate of 12.5% per annum and maturity of 30 years. If the lender pass his gains on to customers, interest may decrease more than 20% for loans with 30 years maturity.

Chapter 3 argues that amortization systems in Brazil are not optimal in terms of risk-return from the lender's point of view. It suggests a framework to build any amortization system based on the idea that interest in t equals outstanding balance in $t-1$ times the interest rate, given a sequence of amortizations, even a random one. So, I propose an optimization model where one maximizes the return-risk ratio by combining income and profits, and including a borrower's default probability. It is shown that the amortization schedules depend on the interest rate, opportunity cost, default rate and a weight on profits and income. Low default rates imply an increasing payment schedule over time. Hight default rates imply a decreasing payment schedule over time as the constant amortization system - CAS. Medium default rates combined with equal weights between profits and income result in a number of different payment schedules, some fitting CAS very closely.

Chapter 4 discusses the charge of interest on past interest, also known in Portuguese as anatocism. It proves that any amortization system built on the general amortization system implies interest charges over past interest, such as the French system and CAS. It also shows that the anatocism is unavoidable by using an arbitrage argument. Following, it simulates a simple intermediation model where the finance institution borrows paying compound interest and lends charging simple interest. The simulation shows the instituition who acts like that defaults very quicly depending on the spread between interest and opportunity cost. Finally, I argue that the courts decide differently regarding such problem causing uncertainty among the agents, such as the interest rate increases and reduces the population's welfare.

Keywords: Amortization System. French System. System of multiple contracts. General ammortization systema. Anatocism. SMC. GAS.

Sumário

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer às pessoas que tornaram esta tese possível. Aos amigos Bruno e Armênio, pelas discussões e comentários. Ao Cícero Yagi e Ricardo Suganuma pelos comentários. A Júlia e Mirella, pela assistência com pesquisa e correções. Aos colegas da FEA, pelos incentivos e constante desafio em me superar.

Particularmente, agradeço a minha esposa, Ana Rúbia, pois mais uma vez me fiz mais ausente do que desejava para completar este trabalho. Sem sua compreensão e incentivo, eu não teria concluído esta tese.

Ao Gui, alegria, risos e doçura.

1 INTRODUÇÃO

Podem-se cobrar menos juros em contratos de empréstimos, simplesmente mudando-se o regime tributário. Pode-se esquematizar um sistema de pagamentos de empréstimo diferente dos usuais de modo a tornar o emprestador e devedor melhores em sentido a ser discutido adiante. Podem-se reduzir as discussões jurídicas sobre anatocismo, entendendo melhor por que é impossível proibi-lo por lei e como ele se expressa nas parcelas acordadas de pagamento de uma dívida. São desses temas de que esta tese trata. Primeiro, porque propõe um novo sistema de amortização economicamente espelhando o que é de fato contratado entre credor e devedor. Segundo porque sugere uma metodologia geral para definir um sistema de pagamentos maximizando a relação retorno-risco e, lateralmente, procurando respeitar o ciclo de vida ou de negócios do devedor. Por derradeiro, provam-se que os sistemas de amortização em geral, como o Francês e o constante - SAC, implicam juros compostos conhecido juridicamente como anatocismo. A partir disso, simula-se um exercício teórico simples procurando explicar por que a proibição do anatocismo equivale a proibir a lei da gravidade, sendo, portanto, impossível, e o que aconteceria se sua imposição prevalecesse. O último caso tem o fito de espelhar as nuances mais importantes do anatocismo num sistema econômico, particularmente o efeito deletério sobre as instituições financeiras.

Portanto, esta tese trata de métodos de amortização e as conseqüências desses métodos. É usual o parcelamento de dívidas, seja pelo sistema Francês ou pelo SAC para calcular o valor do saldo devedor, razão pela qual esta tese usa quase sempre esses dois sistemas como exemplos. Os resultados são normalmente gerais, e há um esforço grande em prová-los nessa condição sempre que possível.

É um trabalho teórico, motivado pela observação da realidade e com potenciais implicações para a economia real, já que afeta um contingente significativo de agentes e envolve recursos vultosos. Porém, não há exatamente a preocupação de usar o modelo para descrever ou interpretar fatos reais, embora isso eventualmente seja feito. Assume-se o ponto de vista do ofertante de crédito e verifica-se uma série de efeitos nas práticas atuais de concessão de crédito no Brasil e, provavelmente, no mundo.

Os assuntos de que esta tese trata têm poucas referências em artigos acadêmicos, salvo melhor juízo. Talvez seja porque são assuntos já estudados no passado e suponha-se que nada mais há a dizer ou avançar. Seja o que for, os fatos são os seguintes. Primeiro, há implicações econômicas importantes que têm sido sistematicamente ignoradas, a exemplo do efeito do regime tributário, caixa ou competência, sobre os juros dos contratos de empréstimo. Segundo, os sistemas de amortização propostos para financiamento não são necessariamente os melhores para credores e devedores, e podem funcionar como um impedimento à entrada de novos consumidores nesse mercado. Terceiro, gastam-se muitos recursos em discussões jurídicas economicamente superadas e que poderiam ter melhor uso, entre as quais detenho-me sobre a "proibição"do juros sobre juros, juridicamente equivalente ao chamado anatocismo. Entenda-se o termo proibição de forma relativa, pois a legislação sobre o assunto no Brasil é contraditória, conforme mostraremos; de todo modo, trata-se de tema recorrenta disputa nas cortes e câmaras arbitrais.

No Brasil a cobrança de juros sobre juros é proibida. A questão usual que se coloca é se o sistema Francês de amortização embute juros sobre juros. A demonstração desse fato é aparentemente complexa, pois há economistas que afirmam a existência do anatocismo nesse sistema, e outros que a negam. Sendo confuso entre economistas, muito mais confuso deve ser entre profissionais do Direito. Foi pensando nesse problema que surge o segundo capítulo deste trabalho. Ora, se as parcelas do sistema Francês são definidas por operações que envolvem uma progressão geométrica, portanto juros sobre juros, por que o sistema Francês parece evidenciar o contrário? O segundo capítulo mostra que as hipóteses que definem a mecânica de construção do sistema Francês de amortização são diferentes daquelas que definem as parcelas de um dívida a juros compostos. Nesse processo, o capítulo avança no sentido de mostrar que o regime de tributação por competência resulta numa taxa de juros maior do que poderia ser num regime de caixa, a depender do prazo do empréstimo, da taxa cobrada e do custo oportunidade do credor. Esse ponto jamais foi usado para explicar as altas taxas de juros no Brasil. Além disso, é evidente que a redução da taxa de juros poderá aumentar a demanda por crédito. Uso o exemplo imobiliário para expor os principais pontos dessas descobertas, porque no momento em que escrevo esta tese, o Governo Federal procura estimular a compra de imóveis no Brasil. O modelo, no entanto, se aplica a qualquer empréstimo.

O terceiro capítulo demonstra as condições necessárias para construir qualquer sistema de pagamentos que se queira. A demonstração é geral, necessitando de duas hipóteses para funcionar. A primeira é que os juros correntes dependem do saldo devedor anterior, justamente a hipótese usada nos sistemas tradicionais de amortização constante e Francês. A segunda é que o somatório das amortizações se iguala ao valor emprestado. Dessa forma, podem-se construir os pagamentos de qualquer sistema de amortização. Posto isso, proponho um problema de otimização com risco, em que o credor oferece um esquema de empréstimos de forma a maximizar a combinação entre receita bruta e lucros esperados e minimizar os riscos dessas receitas e lucros. O modelo permite vários esquemas de pagamentos que se coadunam com o ciclo de vida de uma pessoa ou de investimentos de uma empresa. Por exemplo, ele permite parcelas crescentes ao longo do tempo para agentes com baixo risco de inadimplência, coadunando-se com um aumento esperado de renda de um agente. Além disso, há casos que se assemelham ao SAC.

A associação das idéias do segundo capítulo com as do terceiro mostra que **qualquer sistema de amortização** pode ser entendido como decorrente de um sistema de juros compostos, inclusive, o SAC. Isso é fundamental para o quarto capítulo que trata mais especificamente de anatocismo. Esse capítulo prova esse resultado e mostra por que juros compostos não inevitáveis, de modo que é impossível inexistir o anatocismo.

A tese está organizada como segue. No capítulo 2 apresento o sistema de amortização por múltiplos contratos e discuto seus efeitos particularmente sobre o sistema Francês. A generalização para outros sistemas de amortização é evidente e imediata, mas é postergada para o capítulo seguinte. De fato, no capítulo 3, trato do sistema geral de amortização, em que sugiro um modelo para determinar as parcelas de um contrato de empréstimo com base na taxa de juros desse contrato, no custo de oportunidade do emprestador e no risco de inadimplência. Discuto, então, as diversas configurações possíveis de pagamentos e de amortizações decorrentes de um modelo que maximiza a receita e lucros esperados por unidade de risco. No capítulo 4 trato especificamente de anatocismo. Faço uma breve revisão jurídica do tema e proponho um sistema simples de dois agentes que explica a inevitabilidade do anatocismo. O último capítulo conclui a presente tese.

2 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO POR MÚLTIPLOS CONTRATOS - SMC

2.1 MOTIVAÇÃO

Considere[1] um agente que empresta dinheiro a juros, a exemplo de instituições de crédito, em que o principal é pago em várias parcelas iguais, compostas por juros e por amortizações parciais. Essa operação é muito comum em financiamentos imobiliários e na compra de eletrodomésticos, por exemplo. Os juros representam suas receitas e são aferidos usualmente pelo método Francês[2] (Pronunciamento, 2010), em que as parcelas são constantes e calculadas de acordo com a equação fundamental da matemática financeira. O método de aferição determina a base de incidência do imposto de renda devido, daí a importância crucial da definição de um método economicamente fundamentado. No caso do método Francês, discutido na seção 2.3, as parcelas iniciais contêm mais juros que as finais, o que é contraintuitivo, já que pagamentos em períodos mais distantes deveriam conter mais juros. Isso decorre da hipótese de repactuação periódica do saldo devedor sempre à mesma taxa. Essa hipótese é, discutivelmente, irreal.

Este capítulo sugere uma estratégia de arbitragem, descrita na seção 2.4, a qual não altera absolutamente em nada a configuração de fluxos de pagamentos do sistema originalmente proposto. Para fins de exposição didática, o sistema Francês será utilizado como referencial para o trabalho. A estratégia consiste em decompor cada fluxo de pagamento em um empréstimo simples, cujo principal é o valor presente desse pagamento. Em outras palavras, propõe-se transformar um contrato de vários pagamentos em vários contratos de pagamento único, sempre iguais, porém com prazos diferentes. Batizo esse método de sistema de múltiplos contratos - SMC[3].

[1]Este capítulo é produto das discussões, às vezes acaloradas, que tive com Bruno Giovannetti e Armênio Rangel. Para minha contrariedade, eles generosamente recusaram qualquer coautoria.

[2]Também conhecido por método Price.

[3]O SMC é um método geral e válido para quaisquer esquemas de amortização. Este capítulo propõe a metodologia e mede seu impacto em termos de impostos comparando-o com o sistema Francês. O método é

Como conseqüência, há uma mudança na interpretação da composição de cada parcela de pagamento, discutida na seção 2.5. É uma forma totalmente diferente daquela estabelecida pelo método Francês, o qual, em verdade, é um ajuste mecânico e contábil designado para, primordialmente, aferir o saldo devedor de um mutuário que deseje antecipar a liqüidação de seu empréstimo e, secundariamente, determinar a receita sobre a qual incide tributos. Com isso, a depender do regime tributário, as instituições de crédito poderiam pagar menos impostos do que pagam usando o sistema Francês.

Simulo o possível efeito tributário no imposto de renda no **caso extremo** em que o tributo é devido quando a parcela de financiamento é paga[4]. A estratégia proposta tem dois efeitos evidentes. De um lado, há uma economia em termos de pagamentos de impostos que pode estimular a atividade econômica como um todo. Isso implica dizer que se pagam 58% a mais de impostos em relação à forma proposta neste capítulo, em empréstimos de 30 anos, cuja taxa de juros é de 12.5% a.a. e custo de captação de 9% a.a. De outro lado, a instituição de crédito poderá discricionariamente repassar a economia proporcionada pela redução de impostos para seus tomadores via diminuição de taxa de juros, a depender do grau de concorrência existente entre as instituições financeiras. Essa redução pode ser maior do que 20% da taxa cobrada correntemente, dependendo do prazo de empréstimo e custo de captação. Esses temas são discutidos na seção 2.6.

Em termos de literatura, há similaridade distante das idéias aqui propostas em Gomes e Scavone Jr. (2001) e Teles (2002). Dutra Sobrinho (2009) identifica, em parte, o problema aqui discutido, porém limitado a um contexto de imposto sobre operações financeiras, distinguindo o conceito de amortização do conceito de principal de cada prestação. De Faro (1995) apresenta uma boa exposição teórica sobre os princípios matemáticos que regem as tabelas de amortização. Hazzan e Pompeu (2005) consagram a idéia de que os sistemas de amortização implicam a repactuação periódica da dívida sempre à mesma taxa inicial. Assim, de um modo geral, outras obras consultadas de autores consagrados, como Dutra Sobrinho (1997),

---

generalizado no capítulo 4.

[4]Em realidade, os impostos referentes a receitas futuras de juros são diferidos.

esquivam-se de discutir os fundamentos econômicos dessa operação financeira.

A próxima seção preocupa-se em definir os conceitos fundamentais usados neste capítulo, para evitar problemas de entendimento e ambigüidade de linguagem. A última seção do capítulo conclui o trabalho.

2.2 DEFINIÇÕES FUNDAMENTAIS

Para estabelecer a método Francês, convém definir o que é um empréstimo simples e o que é juros.

Definição 2.1 *Empréstimo simples é aquele em que o valor emprestado é devolvido de uma vez ao final do período acordado, inexistindo, portanto, parcelas intermediárias.*

Definição 2.2 *Seja P_0 o valor emprestado no período inicial, $t = 0$, e S o valor a ser devolvido no período final, $t = n$ períodos, então os juros, J_n, é a diferença entre esses valores:*

$$J_n = S - P_0.$$

O empréstimo simples ocorre quando a capitalização dos juros é composta ou é linear, havendo uma equivalência entre elas (De-Losso, Rangel e Santos (2011)). Esquematicamente, um empréstimo simples tem a seguinte conformação:

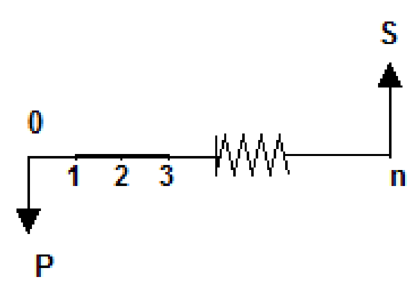

Figura 2.1: Esquema de empréstimo simples

As complicações começam a surgir quando o empréstimo é pago em várias parcelas em que o saldo devedor vai sendo amortizado paulatinamente. Nesse sentido, cada parcela contém dois componentes, um correspondente aos juros, outro correspondente a uma parte do principal que está sendo amortizado. Por contraposição, define-se, então, o empréstimo convencional:

Definição 2.3 *Empréstimo convencional é aquele em que o valor emprestado é devolvido em várias parcelas consecutivas iguais.*

Considere um empréstimo a juros compostos. Nesse caso, a relação entre o valor emprestado, a taxa de juros, o valor das parcelas e o prazo de pagamento é dada por:

$$P_0 = \frac{R}{(1+r)} + \frac{R}{(1+r)^2} + \frac{R}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{R}{(1+r)^n}, \tag{2.1}$$

em que

R é o valor da parcela;

r é a taxa de juros.

De-Losso, Rangel e Santos (2011), entre tantos outros autores, mostram que:

$$R\left(P_0, n, r\right) = P_0 \left[\frac{(1+r)^n \times r}{(1+r)^n - 1}\right], \tag{2.2}$$

desde que $r > 0$, hipótese presumida daqui em diante.

Se as parcelas crescerem geometricamente a uma taxa $g \neq r$, então:

$$P_0 = \frac{R}{(1+r)} + \frac{R\,(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{R\,(1+g)^2}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{R\,(1+g)^{n-1}}{(1+r)^n}.$$

Nesse caso, a fórmula fundamental se modifica para:

$$R\left(P_0, n, r, g\right) = P_0 \left[\frac{(1+r)^n \times (r-g)}{(1+r)^n - (1+g)^n}\right]. \tag{2.3}$$

Quando $g = 0$, volta-se à fórmula fundamental, isto é, $R\left(P_0, n, r\right) = R\left(P_0, n, r, 0\right)$.

De fato, a equação 2.2 é a fórmula da matemática financeira que rege a maioria dos contratos de empréstimo convencionais em todo o mundo, definindo o valor único das parcelas como função do valor emprestado, prazo de pagamento e taxa de juros cobrada.

Finalmente, convém definir o que é amortização, cujo interesse principal reside no caso em que os empréstimos são convencionais:

Definição 2.4 *Amortização é o valor do principal abatido em cada parcela:*

$$A_t = R_t - J_t,$$

em que

R_t *é*[5] *o valor da parcela no período* t*;*

J_t *é o valor dos juros em* t*.*

No caso de empréstimo simples, $R_t = J_t = 0$, para $t < n$, e $R_t = S$ para $t = n$, de modo que a amortização se confunde com o principal[6], ou seja:

$$A_n = S - J_n \Longrightarrow A_n = P_0. \tag{2.4}$$

No caso de empréstimo convencional estabeleceu-se por hábito usar o método Francês para determinar a amortização e os juros em cada parcela, conforme será discutido a seguir.

2.3 O MÉTODO FRANCÊS

O método Francês é relativamente simples de entender, por isso, talvez, seja o sistema mais usado no mundo para determinar a amortização e os juros de cada parcela. A hipótese implícita que rege esse sistema é a seguinte, embora raramente formulada: o sistema Francês pressupõe que a dívida seja repactuada periodicamente sempre à mesma taxa inicialmente

[5] *Omitem-se os argumentos de R daqui por diante, por economia de notação e quando não gerar dúvidas sobre sua natureza.*

[6] Por isso, discordo da distinção entre principal de um parcela e amortização de Dutra Sobrinho (2009).

contratada r. Essa hipótese será discutida na seção 2.5 e funciona perfeitamente para obter o saldo devedor de uma dívida. Não obstante, é pouco apropriada para determinar a participação dos juros e do principal em cada parcela, como será discutido posteriormente.

Por esse método, calculam-se os juros em cada período da seguinte forma:

$$J_t = rP_{t-1},$$

em que P_t representa o saldo devedor em t.

A parcela a pagar a cada período é dada pela equação 2.2. Desse modo, a amortização sai por resíduo:

$$A_t = R - J_t.$$

Obtida a amortização, é fácil saber o saldo devedor atual:

$$P_t = P_{t-1} - A_t.$$

A equação anterior pode ser escrita de forma recursiva, usando a idéia que $J_t = rP_{t-1}$. Substituindo então A_t, obtém-se:

$$\begin{aligned} P_t &= P_{t-1} - R + J_t = \\ &= P_{t-1} - R + rP_{t-1}. \end{aligned}$$

Logo, o saldo devedor fica determinado de forma recursiva:

$$P_t = P_{t-1}(1 + r) - R. \tag{2.5}$$

Desenvolvendo a equação anterior, temos:

$$\begin{aligned} P_t &= P_{t-1}(1+r) - R = [P_{t-2}(1+r) - R](1+r) - R = \\ &= P_{t-2}(1+r)^2 - R(1+r) - R = \cdots = \\ &= P_0(1+r)^t - R\left[1 + (1+r) + (1+r)^2 + \cdots + (1+r)^{t-1}\right] = \\ &= P_0(1+r)^t - R\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right]. \end{aligned}$$

Ressalte-se que a equação 2.5 é interessante de usar porque prescinde do cálculo de amortização para obter o saldo devedor. Logo, não é preciso saber qual é a amortização na data t para obter o saldo devedor. As implicações econômicas dessa metodologia serão apresentadas na seção 2.5, embora desconheça quem já o tenha feito, principalmente envolvendo uma discussão incluindo taxação.

Exemplo 2.1 *A seguir há um exemplo numérico simples com* $n = 4, r = 12,59\%$ *e* $P_0 =$ \$ 3000. *Nesse caso, pode-se calcular* $R =$ \$ 1000.

Tabela 2.1: Exemplo de Amortização no Sistema Francês

t	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
	$R_t = R$	$J_t = rP_{t-1}$	$A_t = R_t - J_t$	$P_t = P_{t-1} - A_t$
0	–	–	–	3000.00
1	1000.00	377,69	622,31	2377,69
2	1000.00	299,35	700,65	1677,04
3	1000.00	211,14	788,86	888,18
4	1000.00	111,82	888,18	0
Total	4000.00	1000.00	3000.00	

De-Losso, Rangel e Santos (2011) apresentam as fórmulas gerais da amortização e juros do método Francês, para saber-se o valor da amortização e dos juros a cada instante de tempo:

$$\text{Juros: } J_{Francês,t} = R\left[1 - (1+r)^{t-n-1}\right]. \tag{2.6}$$

$$\text{Amortização: } A_{Francês,t} = R(1+r)^{t-n-1}. \tag{2.7}$$

Pela equação 2.6, pode-se verificar que os juros se reduzem conforme o tempo passa. Pela equação 2.7, a amortização aumenta conforme o tempo passa. Em particular, note que a amortização correspondente a $t = 1$ equivale ao valor presente do último fluxo de caixa descontado da dívida, conforme se verifica pela equação 2.1. Essa observação é importante pois nos leva a seguinte pergunta: por que a primeira amortização do método Francês é equivalente ao último fluxo de caixa de uma dívida? A resposta será apresentada na seção 2.5, depois de discutirmos mais alguns elementos para respondê-la.

Suponha um emprestador que usa o método Francês para computar os juros e as amortizações de seus contratos de empréstimo (Pronunciamento, 2010). Defina a taxa c como o custo de oportunidade desse emprestador. Defina λ como o percentual de imposto cobrado pelo governo sobre os juros recebidos pela instituição de crédito. Desta forma, o valor presente do imposto a ser recolhido pelo emprestador ao longo do contrato de empréstimo é dado por

$$\begin{aligned} IR_{Francês} &= \sum_{t=1}^{n} \lambda \frac{J_{Francês,t}}{(1+c)^{t}} = \\ &= \sum_{t=1}^{n} \lambda \frac{R\left[1-(1+r)^{t-n-1}\right]}{(1+c)^{t}} = \\ &= \lambda \frac{R}{(1+c)^{n}} \left\{ \frac{(1+c)^{n}-1}{c} - \left[\frac{(1+r)^{n}-(1+c)^{n}}{(r-c)(1+r)^{n}} \right] \right\}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

A última igualdade decorre da aplicação da fórmula para soma de um fluxo de caixa em progressão geométrica (ver equação 2.3). Ao mesmo tempo, o valor presente para o emprestador do fluxo de receitas do contrato de empréstimo, Y, é dado por

$$Y = \frac{R}{(1+c)^{n}} \left[\frac{(1+c)^{n}-1}{c} \right]. \tag{2.9}$$

Assim, o valor presente líquido do contrato de empréstimo sob o método Francês é dado por

$$\begin{aligned} VPL_{Francês} &= Y - IR_{Francês} = \\ &= R\left\{(1-\lambda)\left[\frac{(1+c)^n-1}{c\,(1+c)^n}\right]+\lambda\frac{1}{(1+r)^n}\left[\frac{(1+c)^n-(1+r)^n}{(c-r)\,(1+c)^n}\right]\right\}. \end{aligned} \tag{2.10}$$

Aqui trata-se da média ponderada das receitas trazidas a valor presente pela taxa c e receitas geometricamente crescentes à taxa r, também trazidas a valor presente pela taxa c, mas adicionalmente descontadas pelo fator $(1+r)^{-n}$.

A fórmula anterior é uma simplificação, sobretudo porque desconsidera outras despesas administrativas. Evidentemente, a instituição financeira teria que subtrair ainda o valor correspondente ao capital que tomou emprestado e outras despesas para obter o lucro líquido da operação.

2.3.1 PERPETUIDADE

Para futura comparação, convém analisar os resultados anteriores quando $n \to \infty$. Nesse caso, é fácil ver que

$$\begin{aligned} \lim_{n\to\infty} Y &\equiv Y_\infty = \lim_{n\to\infty} P_0\left[\frac{(1+r)^n\times r}{(1+r)^n-1}\right]\left[\frac{(1+c)^n-1}{(1+c)^n\,c}\right] = \\ &= P_0\frac{r}{c}. \end{aligned}$$

Analogamente procede-se com relação ao imposto de renda.

$$\begin{aligned} \lim_{n\to\infty} IR_{Francês} &= \lim_{n\to\infty}\frac{R\,(P_0,n,r)}{(1+c)^n}\lambda\left\{\left[\frac{(1+c)^n-1}{c}\right]-\left[\frac{(1+r)^n-(1+c)^n}{(r-c)\,(1+r)^n}\right]\right\} = \\ &= \lim_{n\to\infty} R\,(P_0,n,r)\,\lambda\left[\frac{1}{c}-\frac{1}{(1+c)^n\,c}-\frac{1}{(r-c)\,(1+c)^n}+\frac{1}{(r-c)\,(1+r)^n}\right] \\ &= \lim_{n\to\infty} P_0\left[\frac{(1+r)^n\times r}{(1+r)^n-1}\right]\frac{\lambda}{c} = P_0\frac{r}{c}\lambda. \end{aligned}$$

Conseqüentemente, o resultado líquido será:

$$\lim_{n\to\infty} VPL_{Francês} = P_0\frac{r}{c} - P_0\frac{r}{c}\lambda = P_0\frac{r}{c}(1-\lambda).$$

2.4 ESTRATÉGIA DE ARBITRAGEM

2.4.1 ESTRATÉGIA

O fundamento da estratégia de arbitragem[7] é simplesmente transformar o empréstimo convencional em n empréstimos simples, cada um com um vencimento diferente, porém todos com o mesmo pagamento R e descontados à mesma taxa r. Chamemos esse método de sistema de múltiplos contratos - SMC.

Para isso defina o principal do $t-ésimo$ empréstimo como sendo

$$P_{0,t} \equiv \frac{R(P_0, n, r)}{(1+r)^t},$$

ou seja, $P_{0,t}$ representa o valor do empréstimo tomado no período inicial em que $t = 0$ e a vencer em t.

É fácil verificar que

$$P_0 = \sum_{t=1}^{n} P_{0,t}. \tag{2.11}$$

Do ponto de vista do devedor, em geral, tomar um empréstimo P_0 em $t = 0$ para pagar em várias parcelas R não é diferente de tomar vários empréstimos de valores diferentes, perfazendo P_0, e pagar em várias parcelas R. No entanto, para o emprestador, a base de incidência do imposto poderá ser diferente, a depender do regime tributário. Num caso extremo, em que o imposto é devido quando a parcela do financiamento é paga, a realização de empréstimos dessa maneira implica em juros maiores para os empréstimos com prazo mais dilatado, de forma que o imposto incidente sobre as primeiras parcelas é menor que no caso

[7] O sentido de arbitragem que estou dando é o seguinte. Obtém-se uma operação que gera os mesmos "payoffs"e mesmo risco financeiro. Os efeitos tributários são ignorados.

Francês. Assim, o valor presente dos juros é menor.

2.4.2 SISTEMA DE MÚLTIPLOS CONTRATOS - SMC

Analisemos o princípio discutido anteriormente como método de amortização à semelhança do que foi feito no caso Francês. Por esse método, a amortização será simplesmente o valor inicialmente emprestado, conforme está na equação 2.4, ou seja:

$$A_{SMC,t} = P_{0,t}.$$

A parcela a pagar a cada período é dada pela equação 2.2, igualmente ao método Francês. Desse modo, os juros saem por resíduo:

$$J_{SMC,t} = R - A_{SMC,t}.$$

O saldo devedor tem sentido de ser calculado se o mutuário desejar liquidar sua dívida antecipadamente. Ora, o saldo devedor na data t corresponde ao valor presente das parcelas a vencer:

$$P_{SMC,t} = \sum_{j=t+1}^{n} \frac{R}{(1+r)^{j-t}} = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} \frac{R}{(1+r)^j}.$$

Como $A_{SMC,j} \equiv \frac{R}{(1+r)^j}$, segue-se que o saldo devedor é o principal de cada uma das parcelas a pagar atualizadas pelas taxa de juros cobrada no empréstimo:

$$P_{SMC,t} = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} A_{SMC,j}. \tag{2.12}$$

A pergunta que se coloca, então, é: esse saldo devedor equivale ao saldo devedor obtido pelo método Francês? Portanto, o problema é mostrar que a última equação é equivalente à equação 2.5, isto é, demonstrar que $P_{SMC,t} = P_t$. Assim:

$$\begin{aligned}
P_{SMC,t} &= (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} A_{SMC,j} = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} \frac{R}{(1+r)^j} = \\
&= (1+r)^t \left[\sum_{j=1}^{n} \frac{R}{(1+r)^j} - \sum_{j=1}^{t} \frac{R}{(1+r)^j} \right] = \\
&= (1+r)^t \left\{ R \left[\frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n r} \right] - R \left[\frac{(1+r)^t - 1}{(1+r)^t r} \right] \right\} = \\
&= P_0 (1+r)^t - R \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r} \right].
\end{aligned}$$

Como já foi mostrado, usando a equação 2.5, conclui-se que :

$$\begin{aligned}
P_t &= P_0 (1+r)^t - R \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r} \right] \Longrightarrow \\
P_t &= P_{SMC,t}.
\end{aligned}$$

Isso demonstra inequivocamente que o saldo devedor resultante do sistema Francês é equivalente ao saldo devedor resultante do SMC[8]. **É importante notar que as diferenças de definição sobre juros e amortização não têm efeitos sobre o saldo devedor**.

Exemplo 2.2 *A seguir produzo um exemplo numérico com* $n = 4, r = 12,59\%$ *e* $P_0 =$ \$ 3000. *Nesse caso, pode-se calcular* $R =$ \$ 1000.

Note como os juros sobre o qual incidem impostos é menor no início do período. Logo, em termos de valor presente é evidente que os impostos a pagar serão menores.

A diferença fundamental em relação ao método Francês é a seguinte: enquanto aquele método define primeiro os juros para obter a amortização, esta opção define primeiro a amortização para obter os juros. A questão, então, é saber se os métodos respeitam os fundamentos econômicos.

[8]Efetivamente, a equação 2.12 demonstra por que o método Francês implica anatocismo. A derivação usual do sistema Francês, pela qual os juros somente recaem sobre o saldo devedor (e por isso não implicariam anatocismo), encobre a verdadeira natureza desse sistema com respeito ao anatocismo. Ver mais sobre isso no capítulo 4.

Tabela 2.2: *Exemplo de Amortização no Sistema de Múltiplos Contratos*

t	Amortização	Prestação	Juros	Saldo Devedor
	$A_t = \frac{R}{(1+r)^t}$	$R_t = R$	$J_t = R - A_t$	$P_t = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} A_j$
0	$-$	$-$	$-$	3000.00
1	$888,18$	1000.00	$111,82$	$2377,69$
2	$788,86$	1000.00	$211,14$	$1677,04$
3	$700,65$	1000.00	$299,35$	$888,18$
4	$622,31$	1000.00	$377,69$	0
Total	3000.00	4000.00	1000.00	

Os juros referentes ao $t - \acute{e}simo$ contrato pelo SMC são dados por

$$\begin{aligned} J_{SMC,t} &= R - P_{0,t} = R - \frac{R}{(1+r)^t} \\ &= R\left[\frac{(1+r)^t - 1}{(1+r)^t}\right]. \end{aligned}$$

Da perspectiva do emprestador, o valor presente do imposto a ser pago referente aos juros do $t - \acute{e}simo$ é dado por

$$\begin{aligned} IR_{SMC,t} &= \frac{J_{SMC,t}\lambda}{(1+c)^t} \\ &= R\lambda\left[\frac{(1+r)^t - 1}{(1+r)^t(1+c)^t}\right], \end{aligned}$$

e, assim, o valor presente do imposto total a ser pago é

$$\begin{aligned} IR_{SMC} &= \sum_{t=1}^{n} R\lambda\left[\frac{(1+r)^t - 1}{(1+r)^t(1+c)^t}\right] = \\ &= R\lambda\left[\sum_{t=1}^{n}\frac{1}{(1+c)^t} - \sum_{t=1}^{n}\frac{1}{[(1+r)(1+c)]^t}\right] \\ &= \frac{R\lambda}{(1+c)^n}\left\{\left[\frac{(1+c)^n - 1}{c}\right] - \frac{[(1+r)(1+c)]^n - 1}{(c+r+cr)(1+r)^n}\right\}. \end{aligned} \tag{2.13}$$

O valor presente da receita do contrato de empréstimo é o mesmo da equação 2.9. Assim, o valor presente líquido do contrato de empréstimo sob o regime SMC é

$$\begin{aligned} VPL_{SMC} &= Y - IR_{SMC} = \\ &= \frac{R(P_0, n, r)}{(1+c)^n} \left\{ (1-\lambda) \left[\frac{(1+c)^n - 1}{c} \right] + \lambda \frac{[(1+r)(1+c)]^n - 1}{(c+r+cr)(1+r)^n} \right\}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Aqui trata-se da média ponderada das receitas trazidas a valor presente pela taxa c e receitas trazidas a valor presente pela taxa $c + r + cr$.

2.4.3 PERPETUIDADE

Para fins de comparação, convém analisar os resultados anteriores quando $n \to \infty$. Já se sabe que

$$\lim_{n\to\infty} Y \equiv Y_\infty = P_0 \frac{r}{c}.$$

Analogamente procede-se com relação ao imposto de renda.

$$\begin{aligned} \lim_{n\to\infty} IR_{SMC} &= \lim_{n\to\infty} \frac{R(P_0, n, r)\lambda}{(1+c)^n} \left\{ \left[\frac{(1+c)^n - 1}{c} \right] - \frac{[(1+r)(1+c)]^n - 1}{(c+r+cr)(1+r)^n} \right\} = \\ &= \lim_{n\to\infty} R\lambda \left[\frac{1}{c} - \frac{1}{(1+c)^n c} - \frac{1}{(c+r+cr)} + \frac{1}{(c+r+cr)[(1+c)(1+r)]^n} \right] = \\ &= \lim_{n\to\infty} P_0 \lambda \left[\frac{(1+r)^n \times r}{(1+r)^n - 1} \right] \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{(c+r+cr)} \right) = P_0 \frac{r}{c} \lambda \times \frac{(1+c)r}{(c+r+cr)}. \end{aligned}$$

Conseqüentemente, o resultado líquido será:

$$\begin{aligned} \lim_{n\to\infty} VPL_{SMC} &= P_0 \frac{r}{c} - P_0 \frac{r}{c} \lambda \times \frac{(1+c)r}{(c+r+cr)} = \\ &= P_0 \frac{r}{c} \left(1 - \frac{(1+c)r}{(c+r+cr)} \lambda \right). \end{aligned}$$

Note o sistema SMC é equivalente ao Francês em termos de resultado líquido quando a taxa de impostos é nula. Além disso, fica bem evidente a parcela que é deduzida do valor presente em razão de imposto pago.

2.5 INTERPRETAÇÃO

A operação de arbitragem feita na seção passada sugere naturalmente como interpretar o conteúdo de cada parcela uniforme, se for levado em consideração como se obtém a parcela R a partir da equação 2.1 que vai a seguir:

$$P_0 = \frac{R}{(1+r)} + \frac{R}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{R}{(1+r)^n}.$$

Dado que $P_{0,t} \equiv \frac{R(P_0,n,r)}{(1+r)^t}$ e como $A_t = P_{0,t}$, é evidente que a parcela a amortizar em cada prestação corresponde a $\frac{R(P_0,n,r)}{(1+r)^t}$. Por isso, a interpretação proposta pelo método Francês diverge da apresentada pelo método do SMC. De fato, o SMC é uma forma de decompor os fluxos de caixa **em conformidade com a fórmula anterior de valor presente**. Esse resultado não deveria ser surpreendente, mas causa espanto verificar não ser utilizado normalmente em empréstimos, porque é dessa maneira que se conectam P_0, n, R e r segundo a fórmula fundamental.

Pode-se analisar essa divergência sob duas óticas. Na primeira ótica, discuto em termos matemáticos de onde surge a divergência. A segunda ótica é mais econômica, implicando em como se poderia entender economicamente o método Francês, para em seguida concluir que se trata de uma ficção difícil de corresponder à realidade dos financiamentos.

Precisaremos olhar para a sistemática de arbitragem para verificar a **falácia** do método Francês. Em primeiro lugar, ele define os juros recaindo sobre o saldo devedor anterior. Nesse saldo devedor estão incluídas amortizações de períodos futuros, conforme determinado pela equação 2.12. Portanto, os juros calculados nos períodos iniciais são maiores do que deveriam ser. A esse respeito, Gomes e Scavone Jr. (2001) esclarecem que os credores usam um artifício cujo efeito é fazer desaparecer os juros do total da dívida por **cobrá-los antecipadamente** na parcela vencida. Porém, "os juros não são exigíveis mês a mês sobre o débito integral, porque parcelas de capital ainda se vencerão".[9]

[9] Gomes e Scavone Jr. (2001) estão preocupados com a legalidade do anatocismo. Para eles, o sistema Francês embute anatocismo, mas usam-se artifícios para mascarar essa prática. O argumento principal contrário ao anatocismo é que os juros estão sendo cobrados apenas sobre o saldo devedor. A enganação

Para deixar esse ponto ainda mais claro, considere o primeiro pagamento de um empréstimo como exemplo. Como a amortização no sistema Francês sai por resíduo, é evidente que a amortização referente à primeira parcela será menor do que $\frac{R(P_0,n,r)}{1+r}$, já que foram deduzidos juros correspondente a amortizações ainda a serem liqüidadas. A **falácia** crucial é nesse ponto, ao se considerar como pagos antecipadamente juros relativos a parcelas futuras. Se a amortização tivesse sido definida como no sistema SMC, seriam os juros a sair por resíduo e, portanto, seriam menores. Ora, trata-se de uma operação puramente contábil atribuir mais juros à primeira parcela do que efetivamente deveriam ser pagos e, a seguir, determinar uma amortização menor do que a que efetivamente foi paga. Ao se olhar o método aqui proposto, é claro onde está o problema de interpretação do método Francês.

Em que circunstância o método Francês se justifica? **O método Francês se justifica se houver repactuação periódica do saldo devedor sempre à mesma taxa de juros inicialmente acordada**[10]. Isso quer dizer o seguinte: no período inicial, o tomador empresta P_0 e promete devolver $P_0\,(1+r)$ no período seguinte. Quando chega a data de pagamento, o devedor toma novo empréstimo equivalente a $P_0(1+r)-R$ e liqüida a dívida anterior, $P_0\,(1+r)$, desembolsando a diferença R (veja equação 2.5). Liquidamente, pois, o tomador pagou R. Em seguida, repete essa estratégia até a última prestação. Sendo isso exatamente o que o método Francês pressupõe, significa então que o agente "rola"parte de sua dívida a cada período[11]. Além disso, o método pressupõe que a repactuação ocorra sempre à mesma taxa de juros r. A questão que se coloca, então, é a seguinte: essa descrição dos termos de uma dívida representa os termos contratados? Pode-se responder sim apenas com boa vontade. O tomador não vai ao agente financeiro rolar sua dívida todo período. E se fosse, certamente a taxa de repactuação não seria a mesma. De fato, a repactuação

decorre de não ver que o saldo devedor, em verdade, corresponde a amortizações futuras capitalizadas por juros na forma composta. É exatamente isso que este capítulo demonstra.

[10] Essa hipótese raramente é explicitada, similarmente ao que acontece com a taxa interna de retorno, que pressupõe os fluxos intermediários sempre reaplicados a mesma taxa.

[11] Se essa descrição dos sistema Francês estiver correta, é forçoso concluir que inexiste anatocismo nesse sistema, o que contraria o bom senso e vários autores renomados. Por contradição, portanto, não se pode admitir que a interpretação convencional dos componentes de cada parcela de uma dívida estejam corretos, caracterizando, mais uma vez, a falácia do sistema Francês.

conforme descrita aqui não está prevista no contrato de crédito.

O que está previsto no contrato é a operação de tomar um empréstimo que será pago em n parcelas de valor R. Operação equivalente como a sugerida na seção de arbitragem poderia ser escrita no contrato efetuado no período inicial. Portanto, o fato de o tomador precisar ir uma única vez no agente financeiro determina inequivocamente o que de fato acontece na vida real, e não a ficção de "rolar "a dívida periodicamente.

As razões mencionadas anteriormente são suficientes para mostrar que a interpretação do método Francês é falaciosa. Entretanto, em caso de liqüidação antecipada da dívida, o método Francês, a despeito de suas hipóteses, apresenta o saldo devedor correto. Daí, provavelmente, o costume de usá-lo com freqüência. Tal costume, com o passar do tempo, pode ter evitado que as pessoas questionassem as hipóteses econômicas que fundamentam essa metodologia.

2.6 IMPLICAÇÕES MACROECONÔMICAS

Considerando os sistemas apresentados, quais os efeitos tributários em relação ao imposto de renda sobre emprestadores, devedores e governo? Primeiro, considere um devedor pessoa jurídica tributada a lucro real. Nesse caso, se os impostos são diferidos para devedores e emprestadores, o efeito tributário é transferir o encargo dos tributos sobre os juros dos emprestadores para os devedores, de sorte que o resultado é neutro para o governo. Se o tomador é pessoa jurídica não tributada pelo lucro real ou pessoa física, há uma redução de impostos a pagar pelos emprestadores sem contrapartida dos devedores, reduzindo a carga tributária recebida pelo governo. Nas seções seguintes, detalhamos esses resultados.

Os efeitos tributários para o tomador do empréstimo, em termos de imposto sobre operações financeiras, não são discutidos aqui, mas aparentemente há uma redução inequívoca desse imposto para empréstimos curtos, já que as alíquotas menores recaem sobre parcelas de amortização maiores. Os efeitos para empréstimos longos são ambíguos e dependem do prazo da dívida.

2.6.1 IMPOSTOS

Embora sob a perspectiva do tomador do empréstimo ambos os contratos sejam idênticos, isso pode não ser verdade para o emprestador. Se os impostos a pagar sobre os empréstimos não forem diferidos período a período, o método sugerido tem efeitos reais sobre a contabilidade do emprestador, de sorte que o valor presente do imposto recolhido poderá ser menor. Vamos estudar o **caso extremo** em que o imposto é devido quando a parcela da dívida é paga, de forma a quantificar a possível diferença de impostos a pagar em termos de valor presente.

Usando as equações 2.8 e 2.13, temos que

$$\begin{aligned} T_{SMC} &\equiv \frac{IR_{Francês}}{IR_{SMC}} = \\ & \frac{(c+r+cr)}{(r-c)} \times \frac{\left[(1+c)^n-1\right](r-c)(1+r)^n - c\left[(1+r)^n-(1+c)^n\right]}{\left[(1+c)^n-1\right](c+r+cr)(1+r)^n - c\left\{\left[(1+r)(1+c)\right]^n-1\right\}}. \end{aligned}$$

A razão T_{SMC} mostra que o resultado relativo do imposto adicionalmente pago pelo método Francês em relação ao método SMC. Mostra, ainda, que esse resultado independe do principal emprestado e da taxa de imposto, mas depende do custo de oportunidade de capital, da taxa de empréstimo e do prazo de maturidade da dívida.

Usa-se essa fórmula para simular alguns casos de interesse e verificar os efeitos de aumentos em r e c. Em primeiro lugar, imagine o caso de um financiamento habitacional em que a taxa de juros anual $r = 12,5\%$ é capitalizada mensalmente. Suponha que o custo oportunidade da instituição financeira seja dado por TR mais 6% ano ano. Nesse caso vamos arredondar para 9% a.a. Veja na figura 2.2 pela curva cheia mais fina que um empréstimo de 30 anos a essas taxas implica o pagamento de 58% a mais de imposto pela instituição financeira a valor presente.

A mesma figura 2.2 mostra outros resultados. Primeiro se aumentar os níveis de taxa de juros r e c igualmente, de forma a manter a diferença entre as taxas iguais, o imposto pago a mais no sistema Francês é maior. Isso pode ser observado pela curva descontínua mais fina,

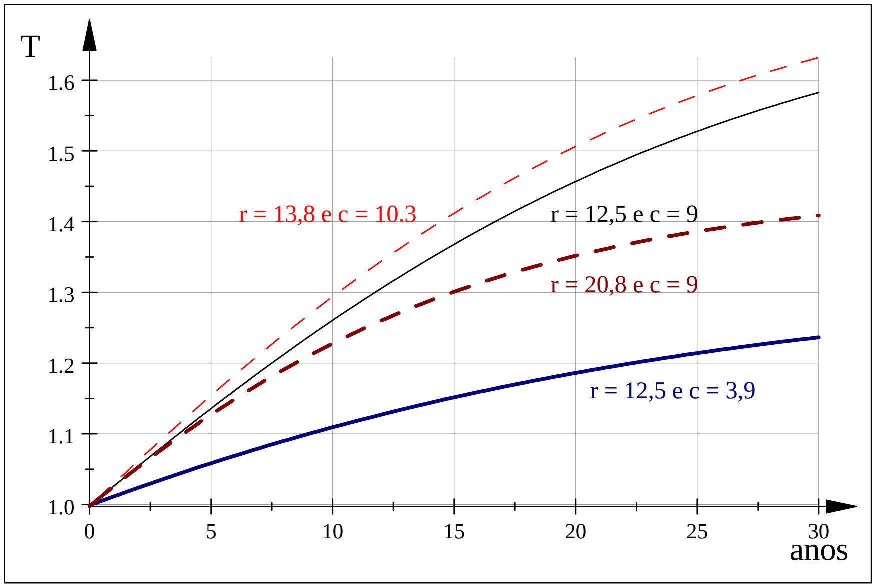

Figura 2.2: Razão de imposto de renda entre sistema price e sistema de arbitragem

mais no extremo norte, comparada à curva imediatamente ao sul.

Aumentando a taxa de desconto c, então o imposto adicional pago no sistema Francês aumenta. Isso pode ser visto comparando a curva cheia mais grossa ao sul com a curva cheia fina ao norte, observando-se que c aumenta de $3,9\%$ para 9%. O fenômeno acontece porque a dimensão temporal do imposto torna-se mais importante, de modo que o desbalanceamento (ou assimetria) entre os dois sistemas se acirra, sobretudo no sistema Francês em que a taxa de desconto tem menos impacto, já que os juros são maiores no início do ciclo. A conclusão é que a redução da diferença entre entre as taxas de empréstimo e de desconto aumenta a discrepância entre os pagamentos de impostos desses dois sistemas. Esses efeito é ainda mais importante quando os níveis absolutos de taxas aumentam.

O aumento de r reduz a diferença entre os dois sistemas. Para ver isso, basta comparar as duas curvas intermediárias, descontínua grossa e contínua fina, em que o custo de oportunidade é o mesmo, mas o r da curva mais ao norte é menor. Isso ocorre porque **o fluxo de juros nos dois sistemas torna-se menos desigual com esse aumento**. Para ver esse efeito intuitivamente, sugerimos encontrar a soma das discrepâncias de juros em relação ao total de juros pagos. Para isso, podemos usar o valor absoluto ou quadrado da diferença. Arbitrariamente aqui usamos o quadrado da diferença conforme mostra a tabela a seguir, em que consideramos um empréstimo $P_0 = \$1000$, $n = 4$ e $r = 10\%$:

Tabela 2.3: Comparando o Sistema Francês e SMC quando $r = 10\%$

t	Francês	SMC	ΔJ
	$J_t = R\left[1-(1+r)^{t-n-1}\right]$	$J_{0,t} = R - \frac{R}{(1+r)^t}$	$(J_t - J_{0,t})^2$
1	$127,46$	$36,56$	$8264,50$
2	$100,00$	$69,79$	$912,70$
3	$69,79$	$100,00$	$912,79$
4	$36,56$	$127,46$	$8264,50$
$\sum_{t=1}^{n} =$	$333,80$	$333,80$	$18.354,40$
	$R = R\left[\frac{(1+r)^n-1}{(1+r)^n}\right]$	$402,11$	
	r	10%	
	importância relativa	$\frac{\sqrt{\sum_{t=1}^{n}(J_t-J_{0,t})^2}}{\sum_{t=1}^{n} J_t} =$	57%

Calculo os juros em cada sistema, os quais são nominalmente iguais. Em seguida calculo a raiz quadrada da soma dos quadrados das diferenças dos juros nominais sobre o total de juros nominais para verificar que a discrepância média é de 57% em relação ao total.

Posso repetir o mesmo exercício para uma taxa de juros maior, por exemplo $r = 20\%$.

Tabela 2.4: Comparando o Sistema Francês e SMC quando $r = 20\%$

t	Francês	SMC	ΔJ
	$J_t = R\left[1-(1+r)^{t-n-1}\right]$	$J_{0,t} = R - \frac{R}{(1+r)^t}$	$(J_t - J_{0,t})^2$
1	$245,79$	$79,12$	$27.777,80$
2	$200,00$	$145,05$	$3019,00$
3	$145,05$	$200,00$	$3019,00$
4	$79,12$	$245,79$	$27.777,80$
$\sum_{t=1}^{n}$	$669,96$	$669,96$	$61.593,50$
	$R = R\left[\frac{(1+r)^n-1}{(1+r)^n}\right]$	$474,73$	
	r	20%	
	importância relativa	$\frac{\sqrt{\sum_{t=1}^{n}(J_t-J_{0,t})^2}}{\sum_{t=1}^{n} J_t} =$	52%

Note que a discrepância relativa reduziu-se para 52%. É essa redução na importância relativa dos juros entre os sistemas que ajuda a explicar por que o aumento da taxa de juros de empréstimo reduz a diferença entre os dois sistemas.

O impacto quando $n \to \infty$ ajuda na intuição. Assim:

$$\begin{aligned}\lim_{n\to\infty}\frac{IR_{Francês}}{IR_{SMC}} &\equiv T_{\infty}=\frac{P_0\frac{r}{c}\lambda}{P_0\frac{r}{c}\lambda\times\frac{(1+c)r}{(c+r+cr)}}=\frac{c+r+cr}{(1+c)\,r}\\ &= 1+\frac{c}{r}\times\frac{1}{(1+c)}.\end{aligned}$$

Aqui é fácil ver muitos dos resultados mencionados antes. Primeiro:

$$\frac{\partial T_{\infty}}{\partial c}=\frac{1}{r}\times\frac{1}{(1+c)}-\frac{c}{r}\times\frac{1}{(1+c)^2}=\frac{1}{r\,(1+c)^2}>0.$$

Portanto, aumentando c, aumenta a discrepância entre impostos pagos. Em seguida, pode-se ver que:

$$\frac{\partial T_{\infty}}{\partial r}=-\frac{c}{r^2}\times\frac{1}{(1+c)}<0.$$

Portanto, o aumento de r diminui a discrepância entre os pagamentos de impostos nos dois sistemas.

Finalizando a seção, há um exemplo de quanto de impostos paga-se a mais quando se financia um bem durável por um período de até 5 anos. Nesse caso, suponha que $r = 40\%$ a.a. e que $c = 15\%$.

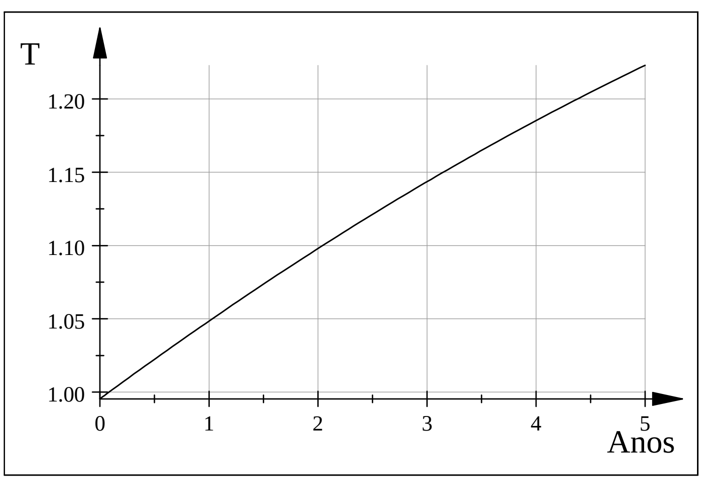

Figura 2.3: Financiamento de bens duráveis até 4 anos

Dado que os juros e o *spread* são muito altos, para prazos curtos a insituição financeira teria ganhos em termos de impostos relativamente menores.

2.6.2 O IMPACTO NAS TAXAS DE JUROS

Devido ao menor recolhimento de impostos, o contrato de empréstimo pelo método SMC abre espaço para uma importante queda na taxa de juros cobrada pelo emprestador. Em outras palavras, a taxa de empréstimo sob o método SMC que produz o mesmo valor presente líquido que a do contrato sob o método Francês é significativamente menor.

Defina o valor das parcelas sob o método SMC por R_0, que pode ser potencialmente diferente de R, o valor das parcelas cobradas sob o contrato pela tabela Francês. No entanto, como o valor emprestado sob os dois tipos de contrato é o mesmo, temos que a equação 2.11 deve continuar valendo. Isso implica a seguinte restrição em R_0,

$$R_0\left(P_0, n, r_0\right) = P_0\left[\frac{r_0\left(1+r_0\right)^n}{\left(1+r_0\right)^n - 1}\right], \tag{2.15}$$

em que r_0 é a taxa de juros implícita sob o sistema SMC.

De acordo com a equação 2.14, o valor do valor presente líquido do contrato de arbitragem, cuja parcela é R_0 (e taxa de juros implícita r_0) é

$$VPL_0 = \frac{R_0}{(1+c)^n}\left\{(1-\lambda)\frac{(1+c)^n - 1}{c} + \lambda\frac{\left[(1+c)\left(1+r_0\right)\right]^n - 1}{\left(c+r_0+cr_0\right)\left(1+r_0\right)^n}\right\}. \tag{2.16}$$

Igualando agora as equações 2.10 e 2.16 e substituindo a restrição 2.15, obtém-se a relação entre as taxas de juros sob o sistema Francês e SMC. Ou seja, para dado nível de taxa de juros cobrada sob a metodologia da tabela Francês (r) é possível computar a taxa de juros sob o contrato de arbitragem (r_0) que daria o mesmo VPL para o emprestador. De fato, tal relação é dada por

$$\left[\frac{r_0\left(1+r_0\right)^n}{\left(1+r_0\right)^n-1}\right]\left\{(1-\lambda)\left[\frac{(1+c)^n-1}{c}\right]+\lambda\left[\frac{(1+c)^n\left(1+r_0\right)^n-1}{\left(r_0+c+cr_0\right)\left(1+r_0\right)^n}\right]\right\}$$
$$=\left[\frac{r\left(1+r\right)^n}{\left(1+r\right)^n-1}\right]\left\{(1-\lambda)\left[\frac{(1+c)^n-1}{c}\right]+\lambda\left[\frac{(1+r)^n-(1+c)^n}{(r-c)\left(1+r\right)^n}\right]\right\}.$$

Usando a função anterior implicitamente, obtém-se o desconto sobre r que pode ser aplicado, de forma a reduzir r_0, mantendo o mesmo resultado líquido anterior da instituição financeira. Isto é dizer que a instituição financeira repassa toda sua economia de impostos para o tomador de empréstimos. A figura 2.4 mostra esse efeito considerando dois casos. No primeiro $c = 9\%$ e $r - 12,5\%$; no segundo, $c = 12\%$ e $r = 15,5\%$.

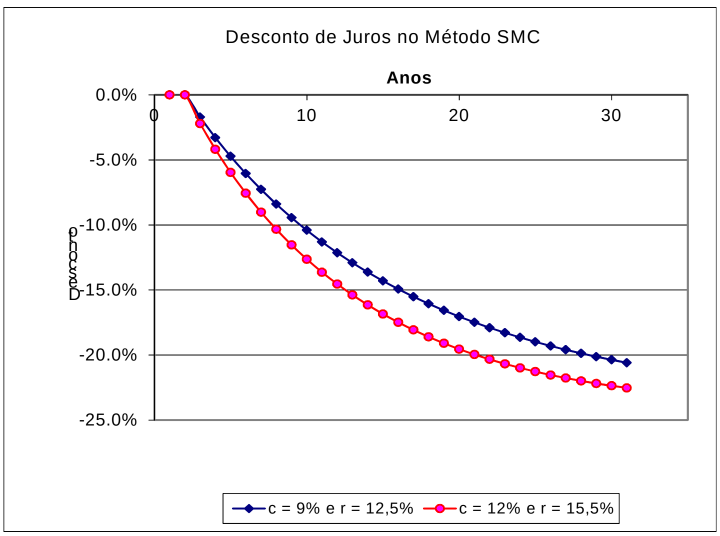

Figura 2.4: Desconto de juros para o devedor

Conforme o prazo aumenta, maior pode ser o desconto de juros. Num prazo de 20 anos, por exemplo, os juros podem ser menores em cerca de 20%, o que é bastante significativo do ponto do tomador. Assim, uma taxa de 12,5% ao ano poderia chegar a 10,3% a.a.

2.7 CONCLUSÃO

Este capítulo argumenta que a interpretação do que é juros e amortização no sistema Francês decorre de uma **falácia**, fundamentado numa fórmula matemática. A fórmula não está errada, mas a ausência de clareza das hipóteses sobre a sua origem gera esse efeito. Para mostrar isso, o capítulo usou um argumento de arbitragem, pelo qual uma dívida convenientemente repartida gera o mesmo fluxo de caixa para o tomador de empréstimo e para o emprestador, porém a definição do que é juros e do que é amortização se alteram.

Essa interpretação pode ter efeitos práticos substanciais, a depender do regime tributário. Supondo o caso extremo em que o imposto é devido a partir do momento em que a parcela é paga, simulamos o efeito para o emprestador em termos de valor presente. A economia em termos de impostos pode ser superior a 37% em relação ao que é pago atualmente para juros da ordem de 12.5% a.a. e prazo de empréstimo de 30 anos. Por outro lado, caso o emprestador queira repassar parte de seus ganhos ao tomador, a taxa de juros poderá cair até cerca de 20% para empréstimos de 30 anos, passando, por exemplo, de 12.5% para 10.3%.

O método de múltiplos contratos aplicados a outros sistema de amortização, como o sistema de amortização constante, por exemplo, implica igualmente em novas interpretações. E, da mesma forma, pode ter efeitos práticos em termos de pagamentos de impostos a depender do regime tributário.

3 SISTEMA GERAL DE AMORTIZAÇÃO - SGA

3.1 MOTIVAÇÃO

Um[12] indivíduo em busca de financiamento para seu imóvel vai encontrar duas opções em qualquer instituição bancária que procurar no Brasil, ou um empréstimo pelo sistema de Amortização Constante - SAC, em que as parcelas são linearmente decrescentes, ou pelo sistema Francês, em que as parcelas são fixas. O sistema Francês raramente será preferido, pois sua taxa de juros é superior à do SAC. A diferença é tal que o valor da parcela fixa no sistema Francês é praticamente igual à do SAC. Logo, um agente racional preferirá o SAC, pois as parcelas são decrescentes. Não é muito claro por que os juros no sistema Francês são maiores do que no sistema SAC, já que têm o mesmo valor emprestado e o mesmo prazo. Uma possibilidade é o Francês ser um sistema mais arriscado no seguinte sentido: nesse caso o agente permanece pagando a mesma parcela durante todo o período emprestado. É provável que no decorrer desse período ele sofra alguma intempérie que o faça ficar inadimplente. Se a parcela for decrescente, é possível que ele consiga pagá-la mesmo em face de tal intempérie. O problema desse argumento é que ele se aplica a qualquer tipo de financiamento, mesmo mais curtos, de 1 a 5 anos. Entretanto, esses financiamentos mais curtos são praticamente todos contratados no sistema Francês. O argumento anterior aplica-se ao caso de empresas, mas as empresas têm opções de financiamento bem mais sofisticadas que as apresentadas neste capítulo.

Se a taxa de juros de ambos os sistemas de amortização for igual, um indivíduo racional poderia preferir o sistema Francês, cujos pagamentos iniciais são menores que o SAC, a se considerar seu ciclo de vida, mormente num empréstimo de longo prazo. Chiquier (*apud* Eloy e Paiva, 2010) endossa essa idéia: "The Price Table is the prevailing international model for fixed rate mortgages – precisely because of the resulting improved initial affordability."

Com efeito, esse indivíduo normalmente está no seu ciclo de acumulação de poupança, de modo que lhe interessa uma parcela inicial menor que lhe permita acumular mais rapida-

[12] Agradeço a assistência de Mirella Hirakawa. Agradeço pelo comentários de Bruno C. Giovannetti.

mente. Em certo sentido, a lógica de empresas também vai na mesma direção. Se a taxa de juros a pagar por um empréstimo é a mesma nas duas situações, e considerando-se o prazo para que os investimentos feitos frutifiquem, claro é que elas prefereririam pagar menos no início.

O SAC vai em direção oposta exigindo mais do agente no início do seu ciclo de vida e menos no final. Entretanto, é justamente no final da vida desse agente que ele teria condições de pagar uma parcela ainda maior que a inicial que lhe foi proposta ao final do empréstimo. De fato, a julgar pelo ciclo de vida ou investimentos, produtividade e modelo de acumulação, o sistema de amortização preferido teria parcelas crescentes, e não decrescentes como o SAC. Possivelmente, o efeito dessa distorção seja a de reduzir o valor demandado de financiamentos.

Os bancos de um modo geral não oferecem produtos diferenciados concernentes a crédito, muito menos individualizados, salvo melhor juízo. Lojas de varejo, como eletrodomésticos e veículos, também só oferecem um tipo de crédito, geralmente usando o sistema Francês. A concorrência no mercado de crédito de varejo, enfim, se dá apenas em preço. Não é óbvia a razão da falta de diferenciação de produtos de financiamento, sobretudo em crédito imobiliário. Uma possibilidade seria uma legislação restritiva. Outra possibilidade é a dificuldade de explicar um esquema de financiamento não convencional para clientes, no qual as parcelas crescem e diminuem ao longo do tempo. Convém, entretanto, observar que as parcelas crescem e diminuem mensalmente em alguns empréstimos decorrentes de custos que hoje são difíceis de entender, a exemplo do seguro de vida em empréstimos imobiliários[13].

A pergunta que este capítulo procura responder é a seguinte: do ponto de vista de ofertantes de crédito existem esquemas de financiamento que sejam dominantes em relação aos sistemas convencionais, Francês ou SAC?[14] Para responder essa pergunta defino a função

[13] O Banco do Brasil, além disso, ainda cobra os empréstimos de acordo com o número de dias úteis do mês, tornando as parcelas emprestadas impossíveis de serem previstas. O seguro por morte e invalidez permanente varia de acordo com a idade do devedor e a maturidade do contrato. Essa observação geralmente é omissa em contrato. Portanto, variações no valor da parcela emprestada não justificam a falta de opções de empréstimos.

[14] Convém enfatizar mais uma vez que não busco as razões por que esse eventual sistema de amortização

objetivo do ofertante como sendo um problema de otimização buscando maximizar a relação retorno esperado sobre risco combinando o valor presente de receitas brutas e lucros. Com isso, é possível mostrar que os esquemas convencionais de financiamento podem ser melhorados. Argumento, a seguir, que esses esquemas podem-se coadunar com o ciclo de vida ou de investimentos de um agente, de sorte que a metodologia proposta pode significar uma melhora de Pareto. Essa idéia é inspirada também em Campbell e Cuoco (2003).

O capítulo, portanto, desenvolve um modelo que permite esquemas de amortização flexíveis em razão da taxa de juros cobrada no empréstimo, do custo oportunidade do credor e da probabilidade de inadimplência do devedor. A seção 3.3 demonstra inicialmente como esquematizar qualquer sistema de amortização utilizando-se a hipóteses de repactuação periódica, pela qual os juros devidos em t são iguais à taxa de juros em contrato multiplicada pelo saldo devedor em $t-1$. Isso é associado à idéia óbvia de que o somatório das amortizações deve ser igual ao valor emprestado. A hipótese de repactuação periódica dos empréstimos, embora não explícitada em contratos de empréstimo, é usada para montar tabelas de amortização. A contribuição primeira da seção, portanto, é provar esse resultado, o qual permite construir qualquer tabela de amortização que se deseje, mesmo uma em que as amortização seguem um padrão aleatório.

A mesma seção prossegue definindo os fluxos de caixa e introduzindo a idéia de inadimplência em cada fluxo. Com isso, é possível calcular o fluxo de caixa esperado e o risco de cada fluxo de caixa. Segue-se daí um modelo de decisão que funciona da seguinte forma. Primeiro presume-se que o credor está preocupado com os recebimentos do devedor e com seu próprio lucro. O lucro do credor é dado pelo valor presente dos juros que vai receber ao longo do tempo. Esses juros dependem dos recebimentos dos pagamentos relativos ao empréstimo. Os pagamentos, por sua vez, dependem de uma probabilidade de inadimplência. Logo, o credor está preocupado com essa inadimplência e deseja reduzir esses riscos, por isso minimiza o risco dos pagamentos, segundo uma métrica proposta no artigo. A probabilidade de inadimplência é independente em cada instante de tempo. O objetivo do credor é max-

mais eficiente não é utilizado pelos credores.

imizar a receita esperada em relação ao risco dessa receita, bem como o lucro esperado em relação ao risco desse lucro. A probabilidade de pagamento de uma parcela, assim, cai ao longo do tempo, pois o risco é crescente no tempo, sugerindo que as amortizações devam-se concentrar no início dos fluxo de pagamentos. Por outro lado, o retorno esperado aumenta se as amortizações forem menores no começo e maiores no fim, já que se pagam mais juros quanto menores forem as amortizações iniciais, sugerindo que as amortizações concentrem-se no fim do fluxo de pagamentos.

Esse *trade-off* traz implicações importantes nos esquemas de pagamentos. Se o risco de inadimplência é baixo, então as parcelas de pagamento são crescentes, coadunando-se com o ciclo de vida e investimentos dos agentes. Conforme aumenta o risco de inadimplência, há amortizações maiores no início do empréstimo. Essas amortizações tendem a cair e voltam a aumentar nos fluxos finais de empréstimo.

A próxima seção mostra alguns fatos estilizados sobre fluxos de pagamentos. A seguinte desenvolve o modelo de que se falou até o momento. A penúltima seção analisa os resultados das simulações. A última conclui.

3.2 FATOS ESTILIZADOS

Apesar de ser comum o uso dos SAC e Francês como sistemas de amortização, há inúmeras outras possibilidades de sistemas de financiamentos decorrentes de um mesmo valor emprestado, mesmo prazo e de uma mesma taxa de juros. Essas diferentes opções podem ser vantajosas para o credor e para o tomador a depender de seus objetivos.

Os esquemas de pagamentos e amortizações podem ser de vários tipos. Entre eles sugiro arbitrariamente os seguintes: constante (C), linearmente crescente (LC), linearmente decrescente (LD), trapezóide (T), triângulo crescente (TC) e triângulo decrescente (TD). No caso linearmente crescente e decrescente, trata-se de progressão aritmética. No caso trapezóide, trata-se de um esquema crescente durante um terço do tempo, constante a partir desse ponto por outro terço, e decrescente no terço final do período. No caso de triângulo crescente, trata-se de um esquema crescente durante a primeira metade do prazo de empréstimo, e descrescente na metade final. No caso de triângulo decrescente, trata-se de uma esquema decrescente até metade do prazo e crescente na metade final. Esses esquemas podem ser aplicados para pagamentos e para amortização.

Qualquer fluxo de caixa de empréstimo pode ser caracterizado pelo seu duration. O duration indica o centro de gravidade do empréstimo, isto é, o ponto em que os pagamentos equilibram o valor emprestado. A definição de duration é a seguinte:

$$d = \sum_{t=1}^{n} \frac{1}{P_0} \left[\frac{R_t}{(1+r)^t} \right] \times t,$$

em que

R_t é o pagamento em cada instante de tempo t;

r é a taxa de juros da dívida;

$P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{R_t}{(1+r)^t}$ é o empréstimo inicial.

Portanto, cada período de tempo é ponderado pela participação do fluxo trazido a valor presente em relação à dívida total.

Durations maiores são menos preferidos que durations menores, pois indicam mais tempo para recuperar o valor emprestado e, portanto, mais risco. A tabela 3.1 indica o **duration de pagamentos** para vários esquemas de pagamentos e amortizações, considerando uma dívida a ser paga em 30 anos, com uma taxa de juros efetiva de 10% a.a. capitalizada mensalmente, e um empréstimo $P_0 = \$ \ 300$ mil.

Tabela 3.1: Duration para vários esquemas de pagamentos e amortizações (meses)

	C	LC	LD	T	TC	TD
R_t :	105	176	75	135	139	79
A_t :	85	102	67	90	91	79

Esquema constante (C), linearmente crescente (LC), linearmente decrescente (LD), trapezóide (T), triângulo crescente (TC) e triângulo decrescente (TD).

Percebe-se que os esquemas aplicados a amortização geram durations menores do que aqueles aplicados a pagamentos. Por exemplo, no caso Francês, em que os pagamentos são constantes, o duration é de 105 meses. No caso SAC é de 85 meses. Isso poderia explicar, ao menos parcialmente, a preferência dos credores pelo SAC em detrimento ao Francês.

Esquemas crescentes **de pagamentos** têm pouco sentido econômico, pois implicam um saldo devedor crescente durante certo tempo, o que não parece ser muito desejável. Os esquemas decrescentes **de pagamentos** implicam parcelas iniciais muito altas, o que também não parece fazer muito sentido do ponto de vista do devedor. Os esquemas **de amortização** decrescente, como LD e TD, também possuem parcelas mais altas em relação ao caso de amortização constante. A figura 3.1 dá uma idéia dos esquemas de pagamentos, a partir dos esquemas de amortização contante (A_C), amortização linearmente crescente (A_LC), amortização trapezóide (A_T) e amortização triangular crescente (A_TC). Juntamos ainda à figura o esquema de pagamento constante (R_C).

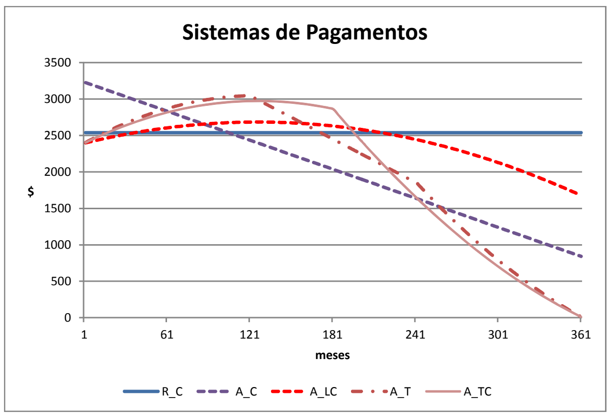

Figura 3.1: Sistemas de pagamentos, considerando amortização contante (A_C), amortização linearmente crescente (A_LC), amortização trapezóide (A_T) e amortização triangular crescente (A_TC) e pagamento constante (R_C).

É possível perceber esquemas de pagamentos que são crescentes ao longo do tempo e com parcela inicial menor que o SAC (ou A_C) e mesmo que o sistema Francês (R_C). Mais ainda, a parcela máxima desses sistemas é menor que a parcela inicial dos outros dois, a exemplo do sistema de amortização trapezóide A_T. Esse sistema tem o duration apenas um pouco maior que o do SAC, 90 contra 85. O ponto importante de notar nesses esquemas é que eles são mais coerentes com os ciclo de vida dos devedores de dívida a uma duration pouco maior que o SAC. As questões que se colocam, então, são as seguintes: os sistemas de amortização podem ser otimizados em termos do binômio risco-retorno? Seria possível encontrar um sistema que satisfizesse ao mesmo tempo a função objetivo do credor e fosse mais coerente com o ciclo de vida ou de negócios do devedor? São essas questões que a seção seguinte tenta modelar.

3.3 MODELO

3.3.1 SISTEMA GERAL DE AMORTIZAÇÃO

Para iniciar a discussão, é preciso entender por que dois sistemas de amortização distintos, com mesmo prazo, em que os pagamentos são descontados à mesma taxa e resultam no mesmo valor presente são financeiramente equivalentes. Nesse sentido, existem infinitos sistemas de amortização equivalentes.

Definição 3.1 *Um sistema de amortização é financeiramente equivalente a outro se ambos tiverem o mesmo prazo e se o valor presente das parcelas de ambos, quando descontados à mesma taxa de juros, são idênticos.*

Pode-se agora provar que existem inúmeros sistemas de amortização financeiramente equivalentes quando os juros correspondem à taxa de empréstimo multiplicados pelo saldo devedor do período anterior. Essa proposição é fundamental para explicar como se podem montar sistemas de pagamentos, escolhendo o esquema de amortização que maximiza uma determinada função objetivo a ser apresentada nas próximas seções. Essa idéia, por sua vez, permite comparar um sistema de amortização genérico com os tradicionais sistemas Francês e SAC em várias dimensões. Deve-se, por fim, notar que a soma das amortizações de qualquer esquema de pagamentos deve resultar no valor emprestado.

Proposição 1 *Suponha um sistema de amortização cuja parcela seja definida como sendo*

$$R_t = A_t + J_t,\ \ t = 1, 2, \ldots, n,$$

em que $J_t = rP_{t-1}$, isto é, os juros em t são o produto da taxa com o saldo devedor em $t-1$. Suponha que P_0 seja o montante emprestado, e que $P_t = \sum_{j=t+1}^{n} A_j$ seja o saldo devedor em $t = 0, 1, 2, \ldots, n$. Então, todos os esquemas de amortização são financeiramente equivalentes.

Prova. *Observe que*

$$\begin{aligned} R_t &= A_t + J_t = \sum_{j=t}^{n} A_j - \sum_{j=t+1}^{n} A_j + rP_{t-1} = \\ &= P_{t-1} - P_t + rP_{t-1} \Longrightarrow \\ P_t &= (1+r)\,P_{t-1} - R_t. \end{aligned}$$

A partir dessa equação recursiva, podemos escrever:

$$\begin{aligned} P_t &= (1+r)\,P_{t-1} - R_t = (1+r)\left[(1+r)\,P_{t-2} - R_{t-1}\right] - R_t = \\ &= (1+r)^2\,P_{t-2} - (1+r)\,R_{t-1} - R_t = \cdots = \\ &= (1+r)^t\,P_0 - \sum_{j=0}^{t-1} (1+r)^j\,R_{t-j}. \end{aligned}$$

Sabendo que o último saldo devedor deve ser nulo, ou seja $P_n = 0$, temos que:

$$\begin{aligned} 0 &= (1+r)^n\,P_0 - \sum_{t=0}^{n-1} (1+r)^t\,R_{n-t} \Longrightarrow \\ P_0 &= \frac{1}{(1+r)^n} \sum_{t=1}^{n} (1+r)^{t-1}\,R_{n-t+1} = \sum_{t=1}^{n} \frac{R_{n-t+1}}{(1+r)^{n-t+1}} = \\ &= \sum_{t=1}^{n} \frac{R_t}{(1+r)^t}. \end{aligned}$$

Como $P_0 = \sum_{t=1}^{n} A_t = \sum_{t=1}^{n} \frac{R_t}{(1+r)^t}$, segue-se que todos os esquemas de amortização, quaiquer que sejam, geram o mesmo valor emprestado. ■

O resultado apresentado é poderoso, pois trata-se de um método simples para obter infinitas configurações de pagamento a depender da seqüência de amortização.

3.3.2 FLUXO DE CAIXA

Presume-se uma probabilidade de , π, por parte do devedor. Essa inadimplência, por simplicidade, é igual em cada instante de tempo. Numa aplicação mais realista poder-se-ia pensar em esquemas de probabilidade mais sofisticados dependentes dos pagamentos anteriores e da taxa de juros cobrada. Uma vez que o devedor deixa de pagar uma prestação, ele não volta a pagar nenhuma outra no futuro. Com essa probabilidade é possível calcular o valor esperado e o risco envolvido em cada pagamento.

Podemos definir uma variável aleatória representando o fluxo de caixa em cada instante de tempo com a seguinte distribuição *ex-ante*:

$$m_t = \begin{cases} F_t, \text{ com probabilidade } (1-\pi)^t \\ 0, \text{ com probabilidade } 1-(1-\pi)^t \end{cases},$$

em que F_t representa o fluxo de caixa em t trazido a valor presente pela taxa de desconto. Por exemplo, considere o sistema Francês de pagamentos, cuja taxa de juros é r, então $F_t = \frac{R}{(1+r)^t}$. É preciso generalidade aqui, pois F_t representará o pagamento acordado entre devedor e credor e, também, os juros a serem recebidos pelo credor, porém descontado pelo seu custo oportunidade, c. Isso ficará mais claro adiante.

A probabilidade de ocorrência de F_t é $(1-\pi)^t$, pois, se houver inadimplência em períodos anteriores, o fluxo de pagamentos se interrompe. Portanto, para que $m_t = F_t$, é preciso que $m_{t-1} = F_{t-1}, m_{t-2} = F_{t-2}, \ldots$,de modo que esse evento conjunto ocorre apenas com a probabilidade indicada.

Agora, pode-se facilmente calcular a esperança de m_t como sendo:

$$E(m_t) = F_t (1-\pi)^t .$$

O tomador de decisão vai-se interessar pelo total de fluxos de caixa esperados, ou seja, seu retorno esperado total será:

$$X = \sum_{t=1}^{n} E(m_t) = \sum_{t=1}^{n} F_t (1 - \pi)^t .$$

Convém notar que o retorno esperado total pode ser obtido de forma alternativa, usando uma árvore de resultados. Considere o seguinte esquema de probabilidades e fluxos de caixa:

Tabela 3.2: Eventos

Evento	Probabilidade
0	π
F_1	$(1-\pi)\,\pi$
$F_1 + F_2$	$(1-\pi)^2\,\pi$
$\vdots$	$\vdots$
$\sum_{t=1}^{n-1} F_t$	$(1-\pi)^{n-1}\,\pi$
$\sum_{t=1}^{n} F_t$	$(1-\pi)^n$

O fluxo de caixa será 0 se o devedor inadimplir já no primeiro pagamento com probabilidade π. Se ele inadimplir no segundo pagamento, será porque pagou a primeira parcela F_1, logo a probabilidade de receber apenas F_1 implica o pagamento da primeira parcela com probabilidade $(1-\pi)$ e a inadimplência da segundo parcela com probabilidade π. Esse raciocínio vai-se aplicando às demais parcelas, configurando a tabela 3.2. O cálculo da esperança desses eventos resulta em X.

O risco de cada fluxo de caixa será obtido considerando o desvio quadrático do resultado possível em relação à esperança daquele fluxo de caixa, tudo isso ponderado pela probabilidade de ocorrer cada evento naquele instante de tempo:

$$s(m_t) = [F_t - E(m_t)]^2 (1-\pi) + [0 - E(m_t)]^2 \pi.$$

Como a esperança de cada fluxo vai-se reduzindo em razão da menor probabilidade de sua ocorrência, o desvio em relação ao pagamento de cada fluxo de caixa vai ficando maior ao longo do tempo. Por outro lado, convém observar que a probabilidade *ex-ante* para o evento de inadimplência está misturada com inadimplências e pagamentos ocorridos em períodos anteriores, por isso não parece adequada de ser usada, no sentido de capturar o risco daquele particular fluxo de caixa em que estamos interessados, eventualmente sobrestimando os riscos.

Presume-se que credor vai-se interessar pelo risco total dos fluxos de caixa, definido da seguinte forma:

$$S = \sqrt{\sum_{t=1}^{n} s\left(m_t\right)}.$$

3.3.3 AGENTE

Definido o risco e o fluxo de caixa esperado, presume-se que o agente credor se preocupa com sua receita bruta, de onde provém seu lucro, e seu lucro esperado propriamente em relação ao risco de receber cada uma dessas rubricas. Por isso, define-se a função objetivo do credor da seguinte forma:

$$V = \max_{\{A_t\}_{t=1}^{n}} \lambda \frac{X_R}{S_R} + (1-\lambda)\frac{X_J}{S_J},$$

em que o subíndice R representa as receitas brutas ou as parcelas a pagar conforme definido na proposição anterior. O subíndice J representa os juros, também conforme definidos na proposição anterior. Os juros, em verdade, são os lucros do agente credor. Evidentemente, desconsideram-se aqui os efeitos de tributação, por simplicidade. Os juros são descontados pelo custo de oportunidade do credor, c, isto é, cada recebimento de juros representará um fluxo de caixa da seguinte forma: $F_t = \frac{J_t}{(1+c)^t}$.

A função objetivo é inspirada no índice de Sharpe, pelo qual se maximiza o retorno esperado em relação ao risco de se obter esse retorno. As ponderações são feitas de modo a alocar mais peso para as receitas ou para os lucros. Nas simulações, analisam-se o caso em que os lucros são o único objetivo do credor, $\lambda = 0$, o caso em que as receitas brutas são o único objetivo do credor, $\lambda = 1$, e o caso intermediário em que receitas e lucros têm o mesmo peso no objetivo do cretor, $\lambda = 0.5$.

A variável de controle são as amortizações. O credor escolhe o conjunto de amortizações que maximiza sua função objetivo sujeito à seguinte restrição:

$$\sum_{t=1}^{n} A_t = P_0.$$

A partir das amortizações, é possível construir o sistema de amortização e pagamentos. Pela última proposição mostrada, esse problema é bem definido no sentido de produzir uma tabela de amortização consistente e de ser financeiramente equivalente a um empréstimo àquela taxa de juros e, ao final, resultar num saldo devedor nulo. De fato, para ser livre a escolha das amortizações, é preciso preliminarmente saber se qualquer escolha delas resultaria numa tabela de amortização consistente.

3.4 SIMULAÇÕES

Esta seção simula e analisa a configuração de pagamentos e amortizações considerando vários cenários possíveis. Inicialmente, divide-se a análise em dois blocos. Aquele em que o credor só se preocupa com seus lucros, $\lambda = 0$, e aquele em que lucros e pagamentos têm o mesmo peso, $\lambda = 0,5$. O caso em que o credor se preocupa só com as receitas, $\lambda = 1$, tem menos sentido econômico e tem implicações muito semelhantes ao caso em que $\lambda = 0,5$.

Cada um desses blocos de análise é dividido em três possibilidades, em termos de probabilidade de inadimplência, a saber $\pi = 1\%,\ 2\%$ e 7%. Essas probabilidades de inadimplência geram configurações de pagamentos a serem analisadas e comparadas.

Finalmente, para cada combinação de pesos e probabilidades de inadimplência, simulam-se as curvas de pagamentos e juros considerando vários cenários de taxa de juros, r, e custo de oportunidade, c. Há quatros cenários possíveis, conforme descreve a tabela a seguir:

Tabela 3.3: Cenários de juros e custo oportunidade

r	c
10%	6%
12%	6%
10%	8%
12%	8%

A idéia é saber o que acontece se o spread em diferentes níveis de taxa de juros e custo oportunidade. Associado a isso, responde-se o que acontece se r aumentar, mantido o mesmo custo oportunidade, e se c aumentar, mantido o mesmo nível de juros do empréstimo.

No que segue, detalha-se a análise começando pelo intuição gráfica, seguida de tabelas.

3.4.1 OBJETIVO: LUCROS

Inicialmente, analisa-se o caso em que o credor somente se importa com o lucro que obterá a partir de seus empréstimos, ou seja, $\lambda = 0$. A tendência das amortizações é serem concentradas no final do período de empréstimo, inchando os saldos devedores iniciais e, pois, aumentando os lucros. Entretanto, isso depende do grau de inadimplência. Para inadimplência baixa, $\pi = 1\%$, as amortizações são extremamente concentradas ao final do período. Os pagamentos são crescentes justamente por isso. Com alta probabilidade de inadimplência, $\pi = 7\%$, os pagamentos iniciais são mais altos que os pagamentos finais, não ocorrendo essa concentração de amortizações ao final do período. A figura 3.2 mostra a configuração de pagamentos para várias probabilidades de inadimplência, considerando uma taxa de juros $r = 10\%$ e custo oportunidade de $c = 6\%$.

Na figura, é possível notar que baixas taxas de inadimplência implicam valores de pagamentos iniciais menores do que no sistema Francês. A dinâmica desses pagamentos é inicialmente crescente, depois decrescente e aumenta consideravelmente ao final do período, principalmente quanto a inadimplência é considerada muito baixa como $\pi = 1\%$. Quando a inadimplência é alta, os pagamentos iniciais são ainda mais altos do que SAC, caindo bastante a partir de certo ponto e crescendo levemente no final. Essa configuração toda parece fazer sentido econômico. Outras configurações de juros e custo oportunidade resultam em figuras semelhantes à análise anterior, por isso são omitidas.

Outra análise a ser feita fixa a probabilidade de inadimplência e compara os resultados em termos de cenários para juros e custo oportunidade. De um modo geral, taxas de juros mais altas implicam pagamentos iniciais mais altos, justamente em razão das taxas mais altas. Os esquemas com custo oportunidade mais alto postergam as amortizações, concentrado-as nas

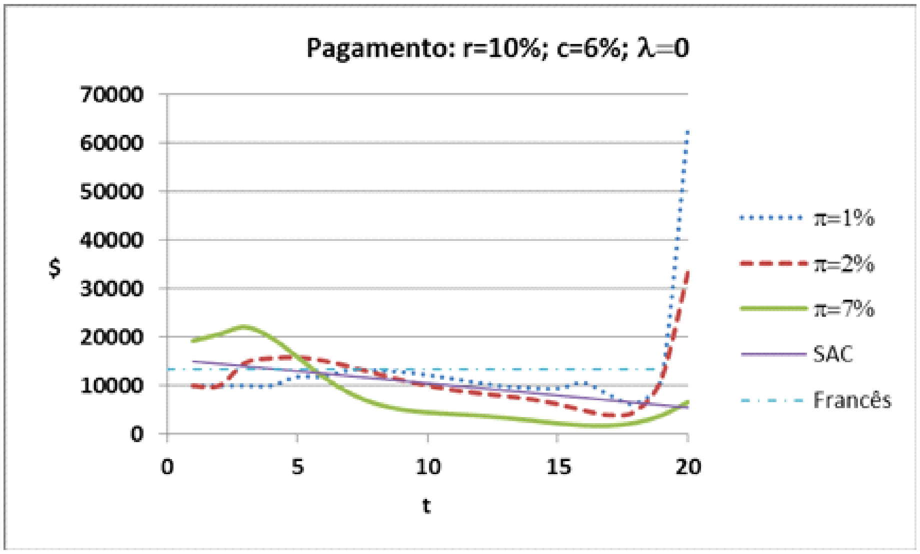

Figura 3.2: Esquema de pagamentos para várias probabilidades de inadimplência, com $\lambda = 0, r = 10\%, c = 6\%$

últimas parcelas. Esse comportamento pode ser apreciado na figura 3.3. É possível notar que as curvas geradas como mais spread ficam acima das curvas de menor spread.

Embora a análise feita seja comum às outras hipóteses de inadimplência, a configuração geral das curvas não é. De fato, quando o risco de inadimplência aumenta, os pagamentos são concentrados no início do período e vão decrescendo ao longo do tempo. Esse fato já foi apresentado na figura 3.2, mas o contraste da figura 3.3 com a figura 3.4 gera uma percepção melhor do que se está falando. Convém notar na figura 3.4 que os pagamentos em todos os cenários terminam praticamente no mesmo nível.

Quando o risco de inadimplência é baixo, a amortização não precisa começar desde a primeira parcela. Por exemplo, quando $\pi = 1\%$ ou 2%, pagam-se apenas juros nas parcelas iniciais. O aumento do spread entre r e c tende a antecipar o pagamentos das amortizações. Mas isso vem em associação com o risco de inadimplência, pois para riscos maiores, as amortizações começam logo na primeira parcela.

O aumento de r reduz o duration. O aumento de c aumenta o duration. Isso significa que as amortizações são retardadas, de forma a aumentar os lucros para compensar o aumento

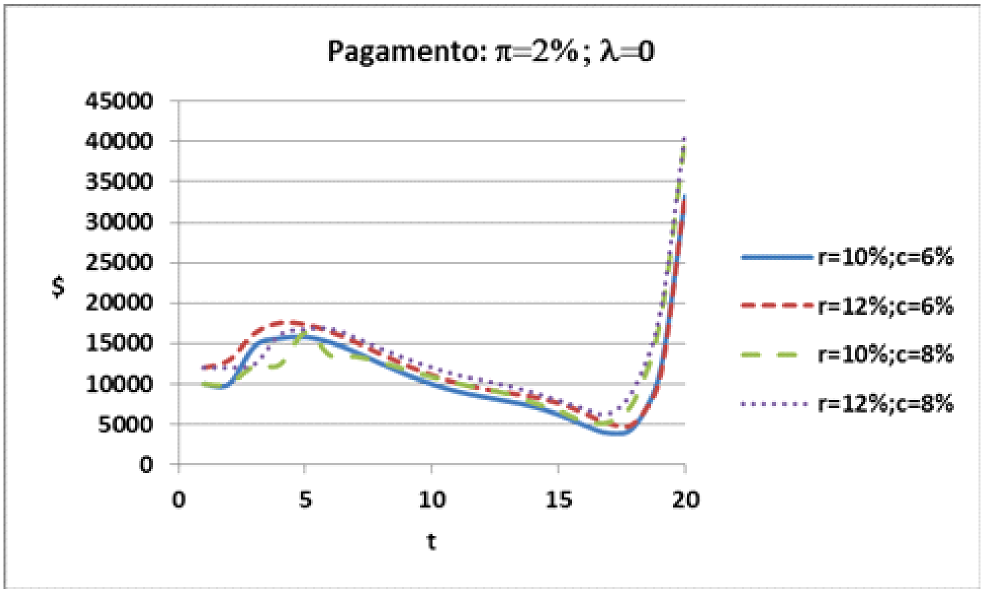

Figura 3.3: Esquema de pagamentos para vários cenários de juros e custo oportunidade, com $\lambda = 0, \pi = 2\%$

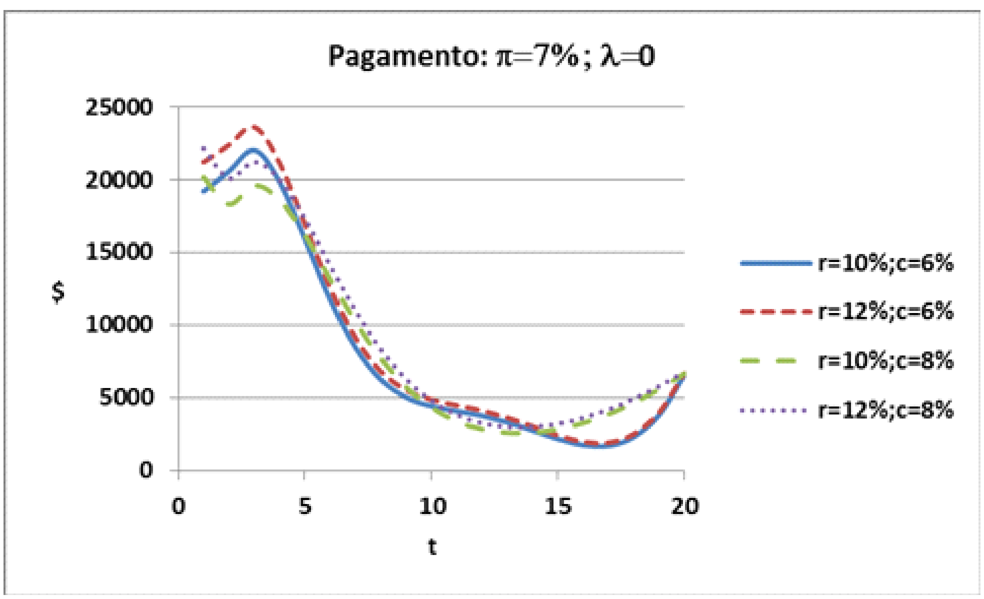

Figura 3.4: Esquema de pagamentos para vários cenários de juros e custo oportunidade, com $\lambda = 0, \pi = 7\%$.

do custo oportunidade. O aumento de spread entre taxa de juros de empréstimo e custo oportunidade tem o efeito de diminuir a duration da dívida, indicando que o efeito de r domina o de c. O duration de amortizações do tipo Francês ou SAC são insensíveis ao aumento do custo oportunidade.

Tabela 3.4: Algumas características dos esquemas de amortização cujo objetivo é lucro

$\pi = 2\%$

		Modelo			SAC			Francês		
r	c	d	Obj.	P. Inicial	d	Obj.	P. Inicial	d	Obj.	P. Inicial
10%	6%	7.052	19.505	10.000(3)	6.318	19.274	15.000	7.507	19.303	11.746
12%	6%	6.448	19.506	12.000(2)	5.848	19.274	17.000	7.020	19.372	13.338
10%	8%	7.639	19.501	10.000(3)	6.318	19.119	15.000	7.508	19.325	11.746
12%	8%	6.997	19.500	12.000(3)	5.848	19.119	17.000	7.020	19.410	13.338

r é a taxa de juros, c é o custo oportunidade, d é o duration, Obj. é o resultado da função objetivo, P. Inicial é a parcela inicial. O número entre parênteses indica quando se paga a primeira amortização; a omissão indica que é na primeira parcela.

A tabela 3.4 mostra o caso em que $\pi = 2\%$ e não é muito diferente do caso em que $\pi = 1\%$, exceto que a amortização demora mais para começar a ser paga. A tabela mostra que a função objetivo do modelo simulado é sempre maior do que os esquemas convencionais. Observa-se também que o pagamento inicial do modelo é menor do que nos esquemas convencionais. No caso em que $\pi = 7\%$, o pagamento inicial do modelo é ainda maior do que no caso SAC.

Convém agora analisar os resultados esperados que deram origem à função objetivo examinando a tabela 3.5.

Tabela 3.5: Resultados Esperados em esquemas de amortização cujo objetivo é lucro

$\pi = 2\%$

		Modelo			SAC			Francês		
r	c	X_R	X_J	S_J	X_R	X_J	S_J	X_R	X_J	S_J
10%	6%	87179	71046	3642	88410	63088	3273	86406	75873	3930
12%	6%	88194	84890	4352	89212	75705	3928	87229	93399	4845
10%	8%	86218	68639	3520	88410	56858	2974	86406	67488	3488
12%	8%	87283	82748	4243	89212	68230	3569	87229	82913	4284

X_R são as receitas esperadas, X_J são os juros esperados, S_J é o risco calculado.

Primeiro verifica-se que as receitas esperadas do modelo são menores que a do SAC, mas não necessariamente maiores que no . Isso ocorre porque as parcelas iniciais do SAC são maiores que as do modelo. No caso de risco de inadimplência maior, em que as parcelas iniciais do modelo são maiores que as do SAC, o resultado é inverso.

As receitas esperadas de juros do modelo são maiores que as do SAC a um risco maior também. Porém, o objetivo é maximizar essa relação. A comparação com o caso Francês é basicamente a mesma, mas no sentido inverso. No caso Francês, as receitas esperadas são, em geral, maiores que no caso do modelo, mas a uma risco maior, tornando a relação risco-retorno inferior à calculada no modelo.

Convém associar aqui um aumento de taxa de juros a um aumento de risco do modelo. O mesmo ocorre quando há aumento de spread entre juros e custo oportunidade. Esse ponto é importante para mostrar que um aumento de taxa de juros não vem sem um risco maior de recebimento de pagamentos e lucros. Indiretamente seria como se o risco de inadimplência se tornasse mais importante.

3.4.2 OBJETIVO: RECEITAS E LUCROS

Agora analisa-se o caso em que o credor se importa com o lucro e com as receitas que obterá a partir de seus empréstimos, ou seja, $\lambda = 0,5$. O caso anterior, embora razoável do ponto de vista econômico, ignora a capacidade de pagamento do devedor. A idéia de combinar uma preocupação com receitas e lucros procura não onerar muito o devedor no início dos pagamentos. Ou seja, os pagamentos deveriam ser mais suaves nesse caso que no anterior. Portanto, as amortizações tendem a ser mais bem distribuídas ou menores em relação ao caso anterior.

Mesmo com essa lógica, é possível verificar que a configuração geral dos pagamentos permanece inalterada em relação ao caso anterior, mas com algumas diferenças notáveis.

Agora, para inadimplência baixa, $\pi = 1\%$, as amortizações não são concentradas ao final do período. Elas sobem um pouco, ficam mais ou menos constantes, e depois dão mais uma pequena subida no final do período. Os pagamentos não são, portanto, estritamente crescentes durante todo o período de pagamento. No caso de inadimplência intermediária, $\pi = 2\%$, os pagamentos são até decrescentes durante boa parte da dívida, voltando a aumentar no final. E, com inadimplência alta, os pagamentos iniciais são bem altos, de forma a amortizar rapidamente a dívida. A figura 3.5 mostra a configuração de pagamentos para várias probabilidades de inadimplência, considerando uma taxa de juros $r = 10\%$ e custo oportunidade de $c = 6\%$.

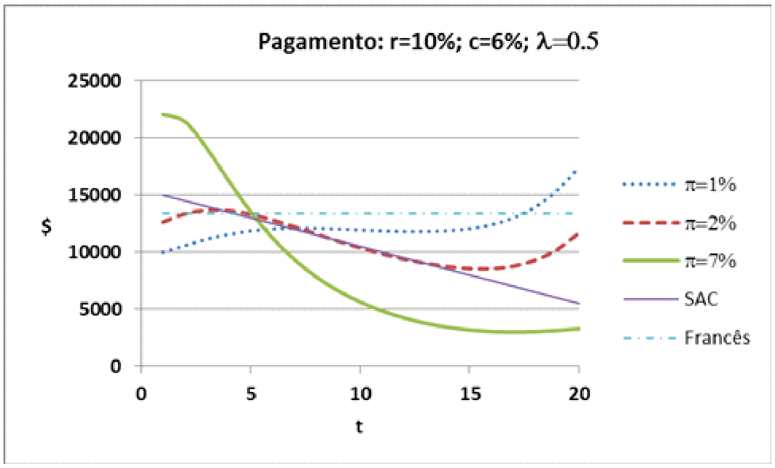

Figura 3.5: Esquema de pagamentos para várias probabilidades de inadimplência, com $\lambda = 0,5, r = 10\%, c = 6\%$.

Note que não há pagamentos finais extremos. Também é possível notar para baixas probabilidades de inadimplência esquemas de pagamentos mais coerentes com o ciclo de vida de um devedor. Observe, ainda, que as configurações de pagamento SAC e de pagamento com $\pi = 2\%$ são superpostas durante um bom número de períodos, sugerindo que o modelo proposto pode-se aproximar da prática encontrada no Brasil. É possível notar na figura, também, que a configuração de pagamento com $\pi = 1\%$ é paralela ao sistema Francês.

Da mesma forma que antes, na figura, é possível notar que baixas taxas de inadimplência implicam valores de pagamentos iniciais menores do que no sistema Francês. Quando a inadimplência é alta, os pagamentos iniciais são ainda mais altos do que SAC, caindo bastante e praticamente não crescendo mais até o final. Essa configuração toda parece fazer sentido econômico. Outras configurações de juros e custo oportunidade resultam em figuras semelhantes à análise anterior, por isso são omitidas.

Outra análise a ser feita fixa a probabilidade de inadimplência e compara os resultados em termos de cenários para juros e custo oportunidade. Como antes, taxas de juros mais altas implicam pagamentos iniciais mais altos, justamente em razão das taxas mais altas. Os esquemas com custo oportunidade mais alto postergam um pouco as amortizações, de modo que elas se concentram nas últimas parcelas, porém menos do que no caso em que $\lambda = 0$. Esse comportamento pode ser apreciado na figura 3.6. Agora, o spread entre as taxas não ajuda a determinar a posição das curvas. Curvas geradas como mais spread ficam acima das curvas de menor spread no início dos pagamentos, mas a posição inverte-se ao final dos pagamentos.

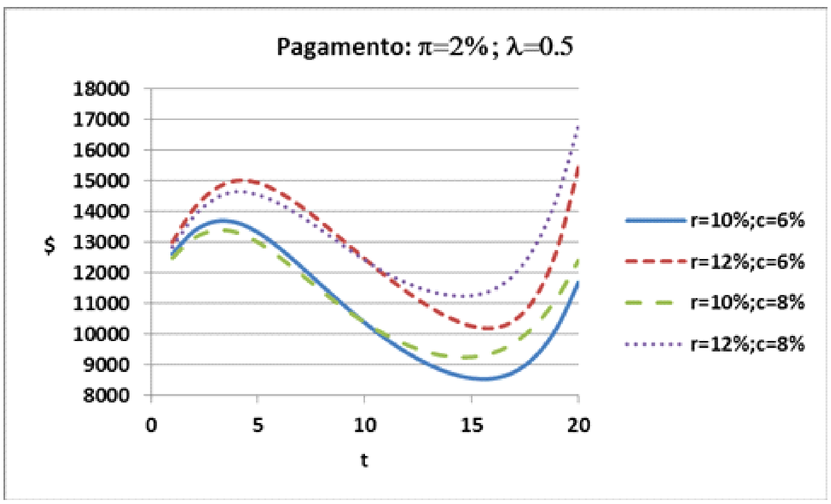

Figura 3.6: Esquema de pagamentos para vários cenários de juros e custo oportunidade, com $\lambda = 0,5, \pi = 2\%$.

Embora a análise feita seja comum às outras hipóteses de inadimplência, a configuração geral das curvas não é. De fato, quando o risco de inadimplência aumenta, as amortizações são concentrados no início do período e vão decrescendo ao longo do tempo. Esse fato já foi apresentado na figura 3.5, mas o contraste da figura 3.6 com a figura 3.7 gera uma percepção melhor do que se está falando.

Inicialmente, deve-se notar que o duration do modelo simulado é maior do que o caso SAC e menor do que no sistema Francês. Mais uma vez, o aumento de r reduz o duration.

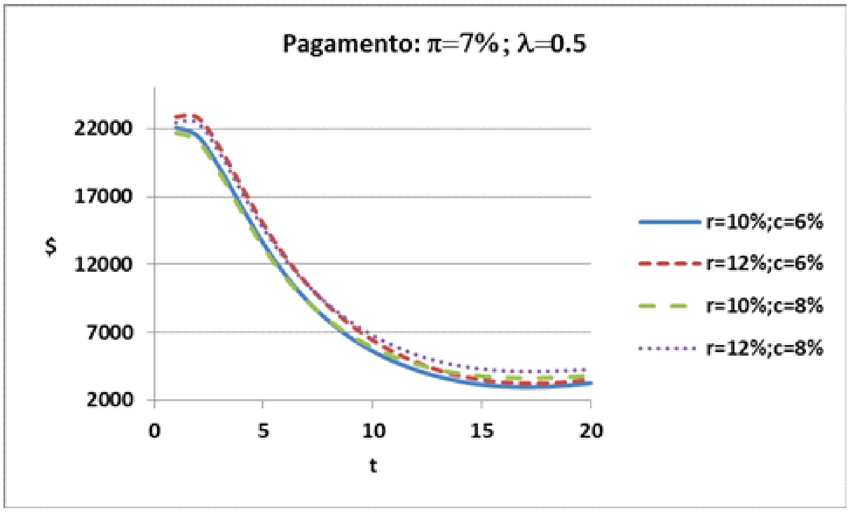

Figura 3.7: Esquema de pagamentos para vários cenários de juros e custo oportunidade, com $\lambda = 0,5, \pi = 7\%$.

O aumento de c aumenta o duration. Isso significa que as amortizações são retardadas, de forma a aumentar os lucros para compensar o aumento do custo oportunidade. O aumento de spread entre taxa de juros de empréstimo e custo oportunidade tem o efeito de diminuir a duration da dívida, indicando que o efeito de r domina o de c. O duration de amortizações do tipo Francês ou SAC são insensíveis ao aumento do custo oportunidade.

Tabela 3.6: Algumas características dos esquemas de amortização cujo objetivo são lucros e receitas

$\pi = 2\%$										
		Modelo			SAC			Francês		
r	c	d	Obj.	P. Inicial	d	Obj.	P. Inicial	d	Obj.	P. Inicial
10%	6%	6.818	19.452	12.621	6.318	19.342	15.000	7.508	19.303	11.746
12%	6%	6.643	19.449	13.007	5.848	19.229	17.000	7.020	19.372	13.388
10%	8%	6.979	19.420	12.489	6.318	19.264	15.000	7.508	19.325	11.746
12%	8%	6.825	19.452	12.846	5.848	19.152	17.000	7.020	19.410	13.388

r é a taxa de juros, c é o custo oportunidade, d é o duration, Obj. é o resultado da função objetivo, P. Inicial é a parcela inicial. O número entre parênteses indica quando se paga a primeira amortização; a omissão indica que é na primeira parcela.

A tabela 3.6 mostra o caso em que $\pi = 2\%$ e não é muito diferente do caso em que $\pi = 1\%$, exceto que os durations daquele caso são sempre maiores do que no caso Francês. A tabela mostra que a função objetivo do modelo simulado é sempre maior do que os esquemas convencionais. Observa-se também que os pagamento inicial do modelo é menor do que nos esquemas convencionais. No caso em que $\pi = 7\%$, o pagamento inicial do modelo é ainda maior do que no caso SAC.

Convém agora analisar os resultados esperados que deram origem à função objetivo examinando a tabela 3.7. Primeiro verifica-se que as receitas esperadas do modelo são menores que a do SAC, mas maiores que no sistema Francês. Isso ocorre porque as parcelas iniciais do SAC são maiores que as do modelo. No caso de risco de inadimplência maior, em que as parcelas iniciais do modelo são maiores que as do SAC, as parcelas do modelo são sempre maiores do que as do esquema convencional. No entanto, o risco das receitas é sempre menor do que nos modelos convencionais.

As receitas esperadas de juros do modelo são maiores que as do SAC a um risco maior, todavia são menores do que no sistema Francês a um risco também menor. A combinação das duas relações risco-retorno favorece o modelo geral.

Tabela 3.7: Resultados Esperados em esquemas de amortização cujo objetivo são lucros e receitas

$\pi = 2\%$													
		Modelo				SAC				Francês			
r	c	X_R	S_R	X_J	S_J	X_R	S_R	X_J	S_J	X_R	S_R	X_J	S_J
10%	6%	87574	4493	68518	3529	88410	4555	63088	3273	86406	4477	75873	3930
12%	6%	87862	4510	87685	4516	89212	4650	75705	3928	87229	4481	93399	4845
10%	8%	87310	4483	62754	3241	88410	4555	56858	2974	86406	4477	67488	3488
12%	8%	87564	4493	80502	4147	89212	4650	68230	3569	87229	4481	82913	4284

X_R são as receitas esperadas, X_J são os juros esperados, S_J é o risco calculado.

O aumento de risco de inadimplência antecipa consideravelmente o pagamento das amortizações, reduzindo, assim, os juros esperados a serem recebidos.

Convém de novo associar aqui um aumento de taxa de juros a um aumento de risco do modelo. O mesmo ocorre quando há aumento de spread entre juros e custo oportunidade. Aqui é possível ver que isso acontece tanto no fluxo de receitas quanto no fluxo de juros. Esse ponto é importante para mostrar que um aumento de taxa de juros não vem sem um risco maior de recebimento de pagamentos e lucros. Indiretamente seria como se o risco de inadimplência se tornasse mais importante.

3.5 CONCLUSÃO

Este capítulo apresentou um modelo em que as amortizações não seguem os padrões convencionais dos sistemas SAC e Francês. Com isso, é possível melhorar a relação risco-retorno da dívida, favorecendo seu credor. Essa nova possível configuração de dívida também pode ser interessante para os tomadores de empréstimo, à medida que a configuração proposta permitir-lhes uma melhor aproximação do seu ciclo de vida ou de negócios. Note-se hoje que o sistema SAC vai na direção oposta ao ciclo de acumulação de devedores, principalmente no caso de empréstimos imobiliários.

Foi possível ver, ainda, que há casos em que o modelo proposto se aproxima bastante da configuração de pagamentos do sistema SAC durante longos períodos. A diferença é um início de pagamentos com amortizações menores, e um fim de pagamentos com amortizações crescente. Mais uma vez, isso é bom para o credor e parece ser bom para o devedor também, já que paga parcelas iniciais bem menores do que no SAC.

O modelo geral proposto neste capítulo tem algumas fragilidades a destacar. Uma delas é a independência entre taxa de juros e risco de inadimplência. É possível argumentar que o aumento de taxa de juros gera um risco maior de inadimplência e isso pode ter efeitos sobre a configuração de fluxos de pagamentos. No modelo proposto aqui, isso é em parte compensado pelo aumento de risco proposto ante a aumentos da taxa de juros. Em alguns casos, a função objetivo reduz-se também, indicando que o risco aumenta mais que o retorno esperado. Essa característica do modelo é importante de ser enfatizada, já que ele não deixa de apontar algum aumento de risco pelo aumenta da taxa de juros.

Uma extensão interessante do modelo geral é introduzir impostos sobre os lucros. Aparentemente isso tende a postergar as amortizações.

4 AMORTIZAÇÕES E ANATOCISMO

4.1 MOTIVAÇÃO

Mutuários, em geral inadimplentes, questionam judicialmente a cobrança de juros sobre juros em dívidas contratadas segundo o sistema Francês de amortizações. Baseiam seu pleito em dois pilares. Primeiro, numa legislação contraditória, probindo o chamado anatocismo[15], termo jurídico para cobrança de juros sobre juros, cumulado com a dificuldade de se entender esse fenômeno por parte dos profissionais do Direito. Segundo, os próprios economistas não têm consenso sobre o tema, sendo impressionante a disparidade de opiniões. Como resultado, vultosos recursos são gastos nessa discussão, favorecendo sempre os advogados das partes, ora o devedor, ora o credor, no caso concreto, mas sempre prejudicando o sistema, pois cobra-se uma taxa de juros mais alta ante a incerteza jurídica gerada por esse fenômeno.

Na seara jurídica, a controvérsia passa pela definição se capitalização composta e anatocismo. Há quem entenda que a Lei não proíbe a capitalização composta, mas a cobrança de juros compostos (!?). A Lei brasileira probindo o anatocismo foi copiada de outros códigos, os quais se preocupavam com o caso da inadimplência especificamente e não com a forma de capitalizar juros (Vieria Sobrinho, sem data). No caso concreto, Motta (sem data) argumenta que a lei e a jurisprudência não distinguem anatocismo de capitalização composta. Portanto, o problema é estabelecer a existência dessa capitalização no contrato da dívida e aplicar a Lei.

Na seara econômica, Eloy e Paiva (2010), Rezende (2003), Vieira Sobrinho (sem data), Marangoni (sem data), Freitas (sem data), Aquino Filho (sem data), Chaves (2000), entre outros, afirmam (e dizem provar) que não existe capitalização composta de juros no sistema Francês. Melo (sem data) , Gomes e Scavone (2001) e Teles (2002) afirmam (e dizem provar) que existe.

[15] Não parece sustentável separar o conceito de anatocismo do conceito de capitalização composta, a menos que se siga Vieira Sobrinho (sem data) e se entenda o anatocismo como a prática de juros compostos em dívidas vencidas.

Este capítulo joga luz sobre esse tema em duas dimensões. Primeiro, na seção 4.3 prova-se a capitalização composta de juros em qualquer sistema de amortização em que os juros do período t correspondem à taxa de juros contratada multiplicada pelo saldo devedor do período anterior (veja o capítulo 3). Esse caso geral abarca, por exemplo, os sistemas de amortização Francês e constante - SAC. Segundo, na seção 4.4 argumenta-se a inevitabilidade do juros compostos e explora-se as conseqüências de impô-lo à economia, por meio de um modelo dinâmico simples. Mostra-se que o sistema financeiro corre o risco de colapsar, se essa Lei se efetivar. Assim, argumenta-se que os ofertantes de crédito reagiriam fixando a taxa de juros de empréstimo em patamares elevados, de forma a proteger-se do risco de inadimplência ante essa potencial situação.

No Brasil há entendimentos de que é proibida a capitalização composta em mútuos. Por outro lado, também, é generalizado o uso de tabelas da amortização como o SAC e o Francês, os quais decorrem de capitalização composta. Logo, se esse entendimento é correto, todos os empréstimos no Brasil deveriam ser considerados ilegais, por ser prática proibida.

É impossível evitar a capitalização composta. Proibi-la equivale a uma norma jurídica revogando a lei da Gravidade. Assim, a seção 4.4 mostra a natureza econômica do anatocismo e por que é impossível evitá-lo. Na mesma seção, simula-se uma economia em que uma instituição financeira toma emprestado a juros compostos e empresta a juros simples. Imaginando uma economia bem simples, isenta de taxação e outros custos, responde-se quanto tempo tal instituição mantém-se consumindo os lucros acumulados para cobrir seus prejuízos e, eventualmente, falir. O objetivo dessa caracterização é mostrar os efeitos deletérios sobre a economia de leis que proíbam o anatocismo.

Este capítulo tem a pretensão de definir um entendimento sobre a existência de anatocismo nos sistemas de financiamento, demonstrando cabalmente como e por que ela ocorre. No entanto, não se espera o encerrerramento da controvérsia, porque, apesar dos esforços, há sutilezas difíceis de superar, e hábitos e vícios difíceis de mudar. Um objetivo secundário do trabalho é explicar aos profissionais do Direito a natureza econômica da capitalização compostos e dos sistemas de amortização. Infelizmente, nota-se uma dificuldade enorme para entender os significado econômico desses conceitos e aplicá-los corretamente ao caso concreto.

O danoso para a sociedade, decorrente dessas leis e da falta de uma definição de tratamento pelos tribunais, é a incerteza jurídica, a qual se traduz por uma taxa de juros maior de empréstimo. Essa taxa de juros maior é paga por todos os tomadores de empréstimo em favor dos credores, quando não há inadimplência; e em favor dos inadimplentes, quando há.

Se, sob o ponto de vista legal, o anatocismo é vedado com leis impeditivas e/ou permissões restritivas aplicadas somente para alguns casos; sob o ponto de vista econômico é inevitável a sua cobrança tanto para empréstimos, como para poupanças ou investimentos financeiros. As razões, entretanto, são diferentes. Os poupadores arbitram e recebem juros compostos. A forma de arbitragem é simples, recebem seu capital inicial acrescido de juros e poupam em outro banco que lhes pagará juros sobre os juros recebidos anteriormente. Logo, o sistema financeiro não tem como se furtar de pagar juros compostos a seus poupadores. Os bancos são obrigados a emprestar a juros compostos, porque pagam juros compostos. O eventual descasamento entre juros tomador e juros cobrados poderia levar um banco à falência, se houver inadimplência.

A legalização da cobrança de juros compostos beneficiaria emprestadores e devedores. Os juros, então, poderiam ser menores e o volume de créditos, conseqüentemente, seria maior. Além disso, a discussão jurídica sobre o tema se extinguiria, reduzindo os gastos de contestação desse fenômeno.

Incialmente mostra-se a origem jurídica do problema, revisando a legislação internacional e nacional sobre o tema. Não se trata de uma discussão crítica da legislação, nem se pretende introduzir qualquer interpretação. Apenas uma descrição bastante sintética da estrutura legal relacionada ao tema.

4.2 CONCEITO JURÍDICO DE ANATOCISMO

É difícil caracterizar anatocismo do ponto de vista jurídico. Também é difícil analisar a proibição de anatocismo no caso brasileiro porque frequentemente as leis são contraditórias e imprecisas.

Compondo essas dificuldades, os economistas têm dificuldades de identificar o anatocismo mesmo em sistemas de amortizações largamente usados como o Francês e o SAC. Por exemplo, talvez inexista um economista que identifique anatocismo no SAC. Além disso, é possível que não haja processos legais alegando a existência de anatocismo no SAC, sendo notórias as contestações jurídicas cujo objeto é o sistema Francês.

Esta seção procura pincelar as dificuldades de caracterizar o que é anatocismo do ponto de vista jurídico, descrevendo um histórico das leis que o proíbem ou, ao menos, o restringem. Mais importante ainda, a seção procura mostrar que as decisões dos tribunais brasileiros são contraditórias, com viés favorável ao devedor.

Essa situação gera insegurança jurídica e revela que os magistrados têm uma enorme dificuldade de se lembrar da situação dos credores e, fundamentalmente, que a interação econômica entre credores e devedores, sob a proibição do anatocismo cumulado com contradição legal, gera uma perda de bem estar para os vários agentes da sociedade. Sobretudo, essa perda de bem estar desfavorece o devedor, geralmente obrigado a pagar juros mais alto do que pagaria se essa polêmica já tivesse sido saneada.

Os códigos brasileiros se inspiram em códigos europeus, por isso parecer fazer sentido definir o conceito de juros, recordar um pouco a legislação internacional e, sem seguida, verificar o que ocorreu na legislação brasileira.

4.2.1 CONCEITOS

O conceito[16] de anatocismo no Direito é inexistente, por lhe faltar uma natureza jurídica precisamente delimitada. No entanto, deve ser entendido como derivado de uma situação em que ocorre a incidência de juros sobre um determinado montante de capital expresso em valor pecuniário. Por isso, faz-se mister a compreensão do que são juros do ponto de vista jurídico e as diferentes espécies de juros, de sorte a entender em qual modalidade e em qual

[16] Este capítulo foi parcialmente inspirado em outro trabalho inédito e jamais publicado chamado "A Lógica do Anatocismo", escrito em coautoria com Hyun Ra e Arthur Roberto Capella Giannattasio. Esta seção, por ser primordialmente descritiva, contém partes que reproduzem aquele trabalho.

momento ocorre o fenômeno.

Os juros são um bem acessório, pois estão vinculados a um bem principal, objeto da prestação de outra relação jurídica principal. Consequentemente, estabelece-se uma relação funcional de subordinação entre o principal e o acessório, haja vista que os juros não subsistem juridicamente sem a sobrevivência do objeto da prestação da relação jurídica principal a que estão vinculados. (Diniz, 2003a, p. 294; Pereira, 2005, p. 123). Economicamente, isso significa que os juros são derivados do principal.

Geralmente, os juros estão vinculados a obrigações que envolvem empréstimo de dinheiro ou de outras coisas fungíveis (Monteiro, 2003, p. 211), constituindo o rendimento do capital, como ensina Diniz (2003b, p. 377), mencionando que "frutos civis produzidos pelo dinheiro, [...] constituem o preço do uso do capital alheio, em razão da privação deste pelo dono, voluntária ou involuntariamente". Os juros, portanto, remuneram o credor em razão de ele ficar privado do seu capital por determinado período de tempo e para lhe pagar o risco decorrente da possibilidade de não ter restituído o montante emprestado (Lopez, 2003, p. 174; Pereira, 2005, p. 123).

> "Juros são, realmente, o proveito tirado do capital emprestado; são a renda do dinheiro, como o aluguel é o preço correspondente ao uso da coisa locada no contrato de locação."(Monteiro, 2003, p. 212).

Uma outra forma de definir juridicamente juros é a seguinte.

> "Chamam-se juros as coisas fungíveis que o devedor paga ao credor, pela utilização de coisas da mesma espécie a este devidas. Pode, portanto, consistir em qualquer coisa fungível, embora freqüentemente a palavra juro venha mais ligada ao débito de dinheiro, como acessório de uma obrigação principal pecuniário."(Pereira, 2005, p. 123).

Há duas espécies de juros:

1. juros moratórios; e

2. juros remuneratórios.

Os juros moratórios decorrem da inadimplência de obrigação assumida pelo devedor (Diniz, 2005, p. 260). Esse tipo de juros implica em punição ao devedor em razão do atraso (mora) no adimplemento de sua obrigação (Monteiro, 2003, p. 212; Nery Jr. e Nery, 2009, p. 631; Pereira, 2005, p. 123), por isso os "juros moratórios consistem na indenização pelo retardamento da execução do débito." (Diniz, 2003b, p. 378), sendo devidos em mútuo bancário e mútuo civil (Lopez, 2003, p. 175)

Os juros remuneratórios compensam o proprietário do capital pela disponibilização de seu dinheiro a outrem (Nery Jr. e Nery, 2009, p. 631). Aparentemente, apenas os bancos podem cobrar mútuo remuneratório (Lopez, 2003, p. 175). Em qualquer das modalidades descritas poderá existir o acúmulo de juros vencidos sobre os saldos a vencer, constituindo anatocismo (Pereira, 2005, p. 126). A capitalização de juros pode ser entendida como a transformação de juros em capital a ser submetido a nova incidência de juros.

Na hipótese de se optar pela incidência de juros simples, supõe-se que

> "o capital financiado se mantém inalterado ao longo do contrato, gerando juros periódicos de valores iguais que, somados, serão pagos de uma só vez juntamente com o principal, ao final do prazo[..., o que] aumenta ainda mais os riscos de inadimplência" (Jordão, 2000, p. 243).

Nessa situação, a princípio, inexiste anatocismo, pois os juros incidem apenas sobre o capital inicial. Todavia, a estipulação de juros compostos para a remunerar o uso de capital alheio implicaria a existência do anatocismo (Nery Jr. e Nery, 2009, p. 631; Pereira, 2005, p. 130), já que

> "permit[e] que os consumidores devolvam o capital tomado emprestado de forma parcelada, acrescido dos juros sobre o capital ainda não devolvido, reduzindo-se, assim, o risco de inadimplência a cada pagamento efetuado." (Jordão, 2000, p. 243).

Parece claro, portanto, do ponto de vista jurídico, que o conceito de anatocismo corresponde à incidência de juros sobre juros como se entende economicamente. Além disso, aprende-se que os juros remuneram o capital emprestado ou a inadimplência de uma determinada obrigação. Nos conceitos mencionados, faltou definir que os juros devem ser associados a um período de tempo.

4.2.2 EVIDÊNCIA INTERNACIONAL

Segundo Campos (1988) "a História do Direito revela uma profunda aversão ao anatocismo por parte dos sucessivos legisladores, receando estes um sofisticado expediente de usura". De fato, o anatocismo era proibido no Direito Romano. A proibição foi estendida por Justiniano e pelos códigos iluministas como o austríaco, prussiano, saxônico e francês.

Mais recentemente, o Código Civil Francês se alterou. Seu artigo 1154 determina ser possível "juros de capital produzirem juros, seja por meio de uma demanda judicial, seja por um acordo em especial, devendo-se notar que, seja na demanda, seja no acordo, o juro deva ser devido ao menos por um ano inteiro." Conclui-se que se regulamenta o fenômeno jurídico do anatocismo, embora não no sentido de proibi-lo, mas no de estabelecer alguma baliza mínima.

De maneira mais condensada, mas não em sentido diverso, é a regulamentação encontrada sobre o tema do anatocismo no Código Civil Português (Decreto – Lei n.º 47.344/1966). Não se proíbe a cobrança de juros convencionais diversos e superiores aos legais, desde que fixada por escrito (art. 559), estando proibida a usura (art. 559-A). O Código Português, no art. 560, semelhantemente ao Francês e Argentino (art. 623) determina o seguinte:

1. O anatocismo é proibido;

2. Para que os juros vencidos produzam juros é necessária convenção posterior ao vencimento; pode haver também juros de juros, a partir da notificação judicial feita ao devedor para capitalizar os juros vencidos ou proceder ao seu pagamento sob pena de capitalização.

3. Só podem ser capitalizados os juros correspondentes ao período mínimo de um ano.

4. Não são aplicáveis as restrições dos números anteriores, se forem contrárias a regras ou usos particulares do comércio.

No parágrafo 3.º do artigo, abre-se a possibilidade de os usos e os costumes da prática do comércio nortearem juridicamente a realização prática da capitalização dos juros, haja vista que as restrições sobre a prática do anatocismo haviam sido determinadas nos dois parágrafos iniciais do mesmo artigo. Com isso, pode-se concluir que o Código Português estabelece as balizas legais para a cobrança dos juros sobre juros. Curiosa é a determinação do transcorrimento de determinado período de tempo, no caso um ano inteiro, para a produção de juros compostos.

O Código Civil Italiano estipula no art. 1282, primeiro parágrafo, que "os créditos líquidos e exigíveis de montante pecuniário produzem juros de pleno direito, salvo se a lei ou se o título dispuser diversamente.". De novo, a intenção do legislador foi a de regulamentar, em vez de proibir, a prática do anatocismo. Na mesma lógica do Código Civil Português, seu artigo 1283 determina que: "na ausência de usos em contrário, os juros vencidos podem produzir juros apenas a partir do dia da demanda judicial, ou em razão de convenção celebrada posteriormente ao dia do vencimento deles, e sempre que se tratar de juros devidos pelo menos por seis meses". Tal Código reconhece a inviabilidade de proibir o anatocismo e opta por estabelecer baliza jurídica mínima sobre essa prática, dispensáveis pelas partes na hipótese de haver uma prática juridificada por usos e costumes, pouco importando as limitações dadas pelo referido texto normativo. Isto significa que a capitalização de juros pode ser estipulada também antes do vencimento, independer de demanda judicial ou convenção posterior ao vencimento, e pode-se referir a juros de prazo inferior a seis meses. Note aqui o pressuposto de que a capitalização de juros só poderia ocorrer após o vencimento da parcela.

No Código Civil Suíço o serviço dos juros da dívida é regulamentado livremente pelas partes interessadas, devendo sempre considerar as disposições legais contrárias à usura, com a ressalva de que a legislação cantonal poderá fixar o máximo da taxa de juros autorizada para dívidas garantidoras de um imóvel (art. 795).

O Código Civil Alemão proíbe expressamente a cobrança de juros compostos no parágrafo primeiro da seção 248, segundo o qual "é nulo um acordo celebrado previamente por meio do qual um juro vencido deve ser objeto de juros". Mas, há uma compensação, no segundo parágrafo da mesma seção autoriza às instituições de crédito habilitadas para emitir obrigações com juros respaldadas em empréstimos concedidos por essas instituições a possibilidade de celebrar acordos prévios, com relação a esses empréstimos, por meio dos quais se lhes devem pagar juros sobre juros em atraso.

Em verdade, a regra do Direito alemão é bem restritiva, pois proíbe-se a capitalização de juros e deve-se seguir uma estrita regulamentação de suas taxas nas relações pecuniárias como aquelas originalmente sendo um empréstimo de capital (seção 288), obrigações substitutivas em que há a compensação em dinheiro de valor de objeto destruído (seção 290), ou mesmo durante o transcurso de procedimentos legais (seção 291). A seção 246 do mesmo diploma determina que a taxa de juros legal, incidente sobre os débitos derivados da lei ou de transações legais, é de 4% ao ano, salvo disposição em contrário. Nas hipóteses de taxas de juro convencionais, de acordo com a seção 247 do mesmo Código, a taxa de juros básica é de 3,62%, sendo alterável a cada 1.º de janeiro e 1.º de julho de cada ano, de acordo com os pontos percentuais segundo os quais a taxa de referência aumentou ou diminuiu desde a última alteração da taxa de juros básica. A taxa de referência é a taxa de juros para a mais recente operação principal de refinanciamento do Banco Central Europeu antes do primeiro dia do calendário do período de seis meses relevantes. Nas hipóteses de inadimplência da obrigação pelo devedor de dívida pecuniária, há a incidência de taxas de juros em razão do descumprimento obrigacional (juros moratórios), sendo esta taxa anual 5 pontos percentuais maior que a taxa de juros básica. Nos casos de transações legais das quais o consumidor não seja parte, a taxa de juros para demanda de pagamento é 8 pontos percentuais maior que a taxa de juros básicas, havendo a possibilidade de o credor demandar uma taxa de juros maior com base em um fundamento legal diverso, se forem verificados novos danos decorrentes do inadimplemento (seção 288). Não obstante, a seção 289 da mesma Lei salienta a regra geral: é proibida a capitalização de juros, apesar de o credor ter o direito de ser reparado em razão dos danos sofridos. Em resumo, não há lugar no Direito alemão para a prática de composição de juros.

4.2.3 REGULAMENTAÇÃO BRASILEIRA

Esta seção mostra um pouco a regulação existente sobre anatocismo no sistema jurídico brasileiro, considerando-se o ordenamento jurídico dos textos constitucionais, legais e infralegais, e também a Jurisprudência. Segundo Vieira Sobrinho (sem data) a legislação brasileira sobre o tema inspirou-se nos códigos europeus de países como a França e Portugal, entre outros. No mais, há que se perceber como é difícil escapar à interpretação de que há certa contradição entre as leis brasileira.

A idéia de proibição do anatocismo é bem antiga do ponto de vista legal. O Código Comercial de 1850 (Lei n.º 556/1850), no art. 253, previa expressamente a proibição de

> "contar juros de juros; esta proibição não compreendia a acumulação de juros vencidos aos saldos liquidados em conta corrente de ano a ano."

Esse artigo, entretanto, foi revogado. Depois disso, a Lei da Usura regulou a cobrança de juros, proibindo sua composição. Essa lei - Decreto n.º 22.626/1933, parcialmente alterado pelo Decreto-Lei n.º 182/1938 - buscava reprimir a prática de usura e, para isso, proibiu cabalmente o anatocismo em seu artigo 4.º, seguindo a linha de normatização do mencionado Código Comercial:

> "É proibido contar juros dos juros: esta proibição não compreende a acumulação de juros vencidos aos saldos líquidos em conta corrente de ano a ano."

Obviamente, um artigo é cópia do outro. Mas, como salienta Vieira Sobrinho (sem data), esse artigo foi "mal copiado ou mal traduzido"do original. A comparar essa frase com o art. 560 do Código Português, ela deveria ser "É proibido contar juros dos juros vencidos", ou ainda, "E proibido calcular juros sobre juros vencidos". Eis aí, talvez, a fonte de controvérsias sobre anatocismo que perdura até hoje em nosso ordenamento jurídico. Como mostro mais tarde, sempre há uma taxa equivalente em juros simples que resulta no mesmo montante de juros no caso composto. Portanto, a forma de capitalização dos juros durante o transcorrer de um empréstimo não deveria ser um grande problema. O problema ocorre, de fato, quando há inandimplência, pois os bancos captam a juros compostos e, se emprestassem a juros simples, incorreriam em desequilíbrio de suas contas, com resultados deletérios.

Embora o Código Civil de 1916 (Lei n.º 3.071/1916), em seu art. 1262 estipulasse ser possível a capitalização de juros, o de 2002 (Lei n.º 10.406/2002), em seu art. 591, proíbe a capitalização de juros sobre juros em períodos inferiores a um ano:

> Art. 1.262. É permitido, mas só por cláusula expressa, fixar juros ao empréstimo de dinheiro ou de outras coisas fungíveis. Esses juros podem fixar-se abaixo ou acima da taxa legal (art. 1.062), com ou sem capitalização.
>
> Art. 591. Destinando-se o mútuo a fins econômicos, presumem-se devidos juros, os quais, sob pena de redução, não poderão exceder a taxa a que se refere o art. 406, permitida a capitalização anual.

Como comentam Eloy e Paiva (2010), a "ilegalidade, no caso de juros vencidos e não pagos, relaciona-se ao momento em que a capitalização é pactuada e realizada, isto é, em geral, não se permite pactuação de juros sobre juros até o momento em que ocorra a inadimplência". Ou seja, pode existir anotocismo se os juros forem devidos e atrasados.

O Código Civil, entretanto, concede a possibilidade de juros sobre juros após um ano:

> "[p]ermitida está [a] capitalização anual, ou seja, a inclusão de juros vencidos depois de um ano ao capital para que, no ano seguinte, também rendam juros." (Diniz, 2007, p. 393).

Em norma específica, basicamente o art. 5.º da Medida Provisória n.º $2170-36/2001$ permite-se expressamente o anatocismo no regime brasileiro mesmo em período inferior a um ano:

> Art. 5.º Nas operações realizadas pelas instituições integrantes do Sistema Financeiro Nacional, é admissível a capitalização de juros com periodicidade inferior a um ano.
>
> Parágrafo único. Sempre que necessário ou quando solicitado pelo devedor, a apuração do valor exato da obrigação, ou de seu saldo devedor, será feita pelo credor por meio de planilha de cálculo que evidencie de modo claro, preciso e de fácil entendimento e compreensão, o valor principal da dívida, seus encargos e despesas contratuais, a parcela de juros e os critérios de sua incidência, a parcela correspondente a multas e demais penalidades contratuais.

Portanto, os integrantes do Sistema Financeiro Nacional tem autorização a cobrar juros sobre juros. Não obstante, o parágrafo único desse artigo é problemático, pois esquece de definir como se calculam os juros e que isso é, sob certo ponto de vista, arbitrário como esta tese procurará evidenciar. A jurisprudência confirma a permissão:

> "O Superior Tribunal de Justiça, vem admitindo a capitalização mensal nos contratos bancários celebrados após 31-3-2000, quando entrou em vigor a Medida Provisória n.º 1.963-17/2000, depois reeditada pela MP n.º 2.170-36/2001. Nesse sentido: É lícita a capitalização mensal de juros nos contratos bancários celebrados a partir de 31.03.2000 (MP 1.963-17, atual MP n.º 2.170-36), desde que pactuada (AgRg no Ag n. 953299/RS, rel. Min. Humberto Gomes de Barros, j. 12-2-2008)."[17]

A lei do Programa Minha Casa Minha Vida (Lei n.° 11.977 de 2009) é explícita quanto à capitalização de juros no SFH:

> Art. 15-A. É permitida a pactuação de capitalização de juros com periodicidade mensal nas operações realizadas pelas entidades integrantes do Sistema Financeiro da Habitação - SFH.

[17] Extraído do Acórdão Apelação Cível, Processo n.° 2009.011535-3, Relator Jorge Luiz Borba de 07.08.2009. Disponível em http://www.jurisway.org.br/v2/bancojuris1.asp?pagina=1&idarea=19&idmodelo=16313; acessado em 20/12/2012.

Em oposição, as súmulas dos tribunais superiores acentuam a confusão jurídica sobre o assunto, pois nem sempre seguem estritamente a letra das leis mencionadas. Em primeiro lugar, considere a súmula n.º 121 do Supremo Tribunal Federal (STF). Nela é vedada a capitalização de juros, ainda que convencionada. Em contraposição a Súmula STF n.º 596 determina que os contratos bancários estão excluídos das limitações da Lei da Usura; além disso, a Súmula n.º 283 do Superior Tribunal de Justiça (STJ) dispõe que "As empresas administradoras de cartão de crédito são instituições financeiras e, por isso, os juros remuneratórios por elas cobrados não sofrem as limitações da Lei de Usura".

Eloy e Paiva (2010) levantam decisões condenando o anatocismo, conforme transcrevemos a seguir:

> A 9ª Câmara Cível do TJRS julgou a Tabela Price[18] "altamente lesiva" ao tomador de empréstimo numa ação revisional de contrato de financiamento habitacional promovida por mutuário . Esta decisão judicial determinou a) o afastamento da Tabela Price; b) a exclusão, na prestação mensal, da capitalização dos juros; c) a aplicação dos juros simples. (Processo n.º 70005396783)
>
> Na mesma linha segue a conclusão do Processo: 942153-4 do extinto Tribunal de Alçada de São Paulo:
>
> Concluo de forma induvidosa, que os contratos bancários (seja do sistema financeiro da habitação, seja de alienação fiduciária, enfim, qualquer contrato), sem exceção, que foram elaborados com base na Tabela Price estão errados, melhor dizendo, contém ilicitudes, conseqüentemente, devem ser revistos pelo judiciário, sob pena de enriquecimento ilícito, em detrimento consumidor brasileiro.

Durigan (*apud* Eloy e Paiva, 2010) escreve que "no âmbito do Tribunal Regional Federal da 4ª. Região, a corrente majoritária é pela manutenção da Tabela Price, mas com exclusão da capitalização" (!?). Esse frase mostra exatamente a falta de compreensão sobre a natureza da capitalização e sistemas de amortização por parte de nossos magistrados.

[18] Também conhecido como sistema Francês.

O Código Civil de 2002 revogou a disposição constante da Medida Provisória n.º 2170 – 36/2001 e a Súmula STF n.º 596 sob o argumento que se trata de Legislação Federal Ordinária posterior, fundamentada nos princípio da isonomia (art. 5.º, caput, e seu inciso I, da Constituição Federal de 1988), da função social do contrato (art. 421) e da função social da empresa (Nery Jr e Nery, 2009, p. 631; Rosenvald, 2007, p. 466).

Deve-se entender que os juros compostos ocorrem naturalmente na sociedade, conforme se verá no modelo desenvolvido na seção 4.4. Assim, as parcelas recebidas voltam ao mercado em novos poupanças, reinvestidas com os juros recebidos anteriormente. Logo os poupadores se capitalizam recebendo juros compostos. Os credores não têm outra saída a não ser cobrar o mesmo de seus clientes. Esse raciocínio é expresso de forma semelhante em Jordão (2000, p. 243). Portanto, é possível concluir que a permissão legal do anatocismo é uma forma de perpetuação da sociedade, haja vista que o descasamento entre a forma de capitalização paga e a forma de capitalização recebida poderia gerar o caos, inadimplência e falência. De fato

> "o mercado brasileiro desenvolveu importantes instrumentos financeiros como meio de inserir as instituições e as empresas no cenário da nova economia, graças ao conceito de juros capitalizados" (Jordão, 2000, p. 244).

Nery Jr. e Nery (2009, p. 631) esclarecem que "[a] regra geral sobre o anatocismo é a sua proibição". No entanto, nota-se que, se há a proibição da capitalização de juros, há também disposições normativas e orientações jurisprudenciais que tornam tal vedação a exceção.

Por isso, ainda que a capitalização de juros contratualmente estipulada seja proibida, exceto nas estritas hipóteses em que a Lei autoriza como (i) anualmente, em qualquer hipótese; (ii) nos mútuos bancários, em período inferior a um ano; e (iii) eventualmente, em interpretações judiciais sistemáticas das articulações das permissões normativo-jurídicas positivas, o anatocismo parece ser plenamente autorizado.

Não obstante, os tribunais são acionados inúmeras vezes, em geral por devedores inadimplentes, questionando a cobrança de juros em suas prestações. As instituições financeiras, em geral, procuram demonstrar sua inexistência econômica no sistema Francês. É uma forma de se defender, mas uma maneira melhor seria demonstrar que lhes é impossível agir de outra forma.

4.3 ANATOCISMO EM AMORTIZAÇÕES

No capítulo 2 proponho o sitema de múltiplos contratos, fundamentalmente com o objetivo de mostrar o efeito do regime tributário sobre a taxa de juros de empréstimos. Essa idéia serve também para mostrar que o sistema Francês e SAC contêm anatocismo. Usando o sistema geral de amortização proposto no capítulo 3 é possível provar anatocismo em qualquer sistema de amortização, cujos juros sejam calculados por $J_t = rP_{t-1}$, em que J_t são os juros em t, r é a taxa de juros de empréstimo e P_t é o saldo devedor em t. É exatamente isso a que esta seção se presta.

A estratégia da prova remonta ao SMC do capítulo 2. Para o devedor, importa-lhe saber o saldo devedor em cada instante de tempo e a parcela que tem a pagar. O quanto dessa parcela é juros e o quanto é amortização importam ao credor. Por isso, construo um outro sistema de empréstimo em que as parcelas e o saldo devedor são idênticos ao sistema original com que o devedor se defronta. O detalhe é que tanto a parcela quanto a amortização são claramente definidas a partir de juros compostos.

Para prosseguir, deve-se entender preliminarmente como os fenômenos de juros simples e compostos emergem. Em (De-Losso, Rangel e Santos, 2011), define-se a capitalização simples da seguinte maneira:

$$S = P_0\left(1 + in\right),$$

em que

S é o montante final, ou o valor final a ser pago de um dívida;

P_0 é o principal, ou valor emprestado;

i é a taxa de juros cobrada por período;

n é o número de períodos ou prazo do contrato.

No caso de juros simples, os juros recaem apenas sobre o principal, de modo que se pode facilmente calcular o juros da seguinte maneira:

$$J_n = S - P_0 = inP_0,$$

em que J_n representa o juros recebidos por aquele empréstimo.

O caso de juros compostos é o seguinte:

$$S = P_0 (1 + r)^n ,$$

em que r é a taxa de juros cobrada por período.

Claramente, há juros sobre juros, pois a capitalização depois do primeiro período recai sobre o capital inicial mais os juros acumulados. Nesse caso, os juros são calculados da seguinte maneira:

$$J_n = S - P_0 = P_0 \left[(1 + r)^n - 1 \right].$$

Empréstimo simples implicam juros calculados conforme apresentado, ou seja, do montante final extrai-se o principal.

Com esses conceitos em mente, podemos estabelecera principal proposição deste capítulo.

Proposição 2 *Suponha um sistema de amortização, P, cuja parcela de pagamento, R_t, seja definida como sendo*

$$R_t = A_t + J_t,\ t = 1, 2, \ldots n, \tag{4.1}$$

em que $J_t = rP_{t-1}$, isto é, os juros em t são o produto da taxa com o saldo devedor em $t-1$, e o fluxo de amortizações, $\{A_t\}_{t=1}^{n}$ é dado, tal que $(\sum_{t=1}^{n} A_t = P_0)$, em que P_0 é o valor emprestado.

Suponha outro sistema de amortização, $\widetilde{P}$, cujos juros sejam definidos por

$$\widetilde{J}_t = R_t - \widetilde{A}_t,\ t = 1, 2, \ldots n,$$

sendo $\widetilde{P}_0$ o valor emprestado emprestado e o fluxo de pagamentos, $\{R_t\}_{t=1}^n$, é dado, tal que $\widetilde{A}_t = \frac{R_t}{(1+r)^t}$.

Então os sistemas P e $\widetilde{P}$ têm saldos devedores idênticos.

Prova. *No sistema P, dada a amortização, o saldo devedor atual será*

$$P_t = P_{t-1} - A_t.$$

A equação anterior pode ser escrita de forma recursiva, usando a idéia que $J_t = rP_{t-1}$. Pela equação 4.1, obtém-se:

$$\begin{aligned} P_t &= P_{t-1} - (R_t - J_t) = \\ &= P_{t-1} - R_t + rP_{t-1}. \end{aligned}$$

Logo, o saldo devedor fica determinado de forma recursiva:

$$P_t = P_{t-1}(1+r) - R_t. \tag{4.2}$$

Note que essa definição de saldo devedor vale para qualquer esquema de amortizações, $\{A_t\}_{t=1}^n$, já que não identifica como é o esquema de amortização utilizado. Agora, usando a equação 4.2, pode-se reescrevê-la recursivamente como segue:

$$\begin{aligned} P_t &= P_{t-1}(1+r) - R_t = [P_{t-2}(1+r) - R_{t-1}](1+r) - R_t = \\ &= P_{t-2}(1+r)^2 - R_{t-1}(1+r) - R_t = \cdots = \\ &= P_0(1+r)^t - \sum_{j=1}^{t} R_{t-j+1}(1+r)^{j-1}. \end{aligned}$$

Colocando $(1+r)^t$ em evidência, temos:

$$\begin{aligned} P_t &= (1+r)^t \left[P_0 - \sum_{j=1}^{t} \frac{R_{t-j+1}}{(1+r)^{t-j+1}} \right] = \\ &= (1+r)^t \left[P_0 - \sum_{j=1}^{t} \frac{R_j}{(1+r)^j} \right]. \end{aligned}$$

No caso do sistema $\widetilde{P}$, a soma das amortizações deve resultar no valor emprestado. Isto é fácil de satisfazer, pois

$$\widetilde{P}_0 = \sum_{t=1}^{n} \widetilde{A}_t = P_0.$$

Por analogia à definição de valor emprestado, o saldo devedor em qualquer data t, $\widetilde{P}_t$, deve corresponder ao valor presente das parcelas a vencer:

$$\widetilde{P}_t = \sum_{j=t+1}^{n} \frac{R_t}{(1+r)^{j-t}} = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} \frac{R_t}{(1+r)^j}.$$

Como $\widetilde{A}_t = \frac{R_t}{(1+r)^t}$, segue-se que o saldo devedor é o principal de cada uma das parcelas a pagar atualizadas pelas taxa de juros cobrada no empréstimo:

$$\widetilde{P}_t = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} \widetilde{A}_j. \tag{4.3}$$

Isso indica que qualquer sistema de amortização implica juros sobre juros. Todas as parcelas a pagar foram capitalizadas pela taxa de juros r no período t, durante os t períodos.

Falta, agora, mostrar que $P_t = \widetilde{P}_t$, para todo t. Pela definição da equação 4.3:

$$\begin{aligned}
\widetilde{P}_t &= (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} \widetilde{A}_j = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} \frac{R_t}{(1+r)^j} = \\
&= (1+r)^t \left[\sum_{j=1}^{n} \frac{R_t}{(1+r)^j} - \sum_{j=1}^{t} \frac{R_t}{(1+r)^j} \right] = \\
&= (1+r)^t \left[P_0 - \sum_{j=1}^{t} \frac{R_t}{(1+r)^j} \right].
\end{aligned}$$

Logo, $\widetilde{P}_t = P_t$ para todo t. ■

Preliminarmente, convém notar que as parcelas do sistema $\widetilde{P}$ são obtidas por capitalização composta a partir de $\widetilde{A}_t$. Essas amortizações podem ser entendidas como dívidas separadas, as quais, no conjunto geram a dívida total, P_0. De qualquer forma, fica evidente que as parcelas $R_t = (1+r)^t \widetilde{A}_t$ são obtidas via juros compostos. Ora, se isso é verdade no sistema $\widetilde{P}$, por que não seria verdade também no sistema P?

A base da argumentação para negar o anatocismo no sistema Francês é definir os juros a partir do saldo devedor anterior, sem levar em consideração o que isso significa economicamente e perceber que não foi esse o acordo inicial entre devedor e credor, pois não há repactuação de saldo a cada período, ou liqüidação de dívida e tomada de outro empréstimo a cada período.

Não obstante, no sistema P, definem-se os juros a partir do saldo devedor. A seguir, dada a seqüência de amortizações $\{A_t\}_{t=1}^{n}$, define-se a seqüência de pagamentos $\{R_t\}_{t=1}^{n}$[19]. No sistema $\widetilde{P}$, definem-se as amortizações a partir $\{R_t\}_{t=1}^{n}$, e os juros são obtidos por resíduo ou compondo o valor amortizado até t e subtraindo esse valor, da mesma maneira que se calculam os juros. Os sistema P é um procedimento mecânico que representa o sistema geral de amortização estudado no capítulo 3. O sistema $\widetilde{P}$ é a síntese econômica do acordo entre credor e devedor, constituindo uma generalização do caso de amortização por múltiplos

[19] Se fosse dado $\{R_t\}_{t=1}^{n}$, também se poderia obter $\{A_t\}_{t=1}^{n}$, mas seria necessário impor a hipótese adicional que $P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{R_t}{(1+r)^t}$. O exemplo particular é o sistema Francês, em que $R_t = R$ para todo t.

contratos - SMC, estudado no capítulo 2.

A proposição mostra que o saldo devedor dos sistemas sugeridos são equivalentes. Como $\widetilde{P}$ implica juros sobre juros, é forçoso concluir que o de P também implica juros sobre juros. A proposição vale para quaisquer sistemas de amortização P e $\widetilde{P}$. Em outras palavras, pode-se imaginar qualquer sistema de amortização e definir $\{R_t\}_{t=1}^{n}$ a partir disso, usando o método de construção P. Depois, pode-se montar o esquema de amortização usando o método de construção $\widetilde{P}$ ou SMC. **Portanto, pode-se afirmar que todo sistema de amortização em que os juros são definidos por $J_t = rP_{t-1}$, sendo P_{t-1} o saldo devedor anterior é um sistema em que há anatocismo.** O sistema P é um algoritmo para obter R_t, mas não serve para dizer economicamente o que são juros e amortizações. Para isso, é preciso ir a fundamentos financeiros e entender que as parcelas de fluxo de caixa qualquer descontados a r têm juros e amortizações definidos da forma simples, isto é, os juros de um empréstimo pago com uma única parcela após n períodos é dado por: $J_t = (1+r)^t A_t - A_t$ - nesse caso A_t confunde-se com o principal emprestado, mas no caso P compõe o capital total emprestado. O exemplo a seguir mostra exatamente isso.

Exemplo 4.1 *Considere o exemplo em que* $n = 4, r = 12,59\%$ *e* $P_0 = \$\ 3000$. *No sistema SAC, a tabela fica:*

Tabela 4.1: Exemplo de Amortização no SAC

t	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor
	$A_t = \frac{P}{n}$	$J_t = rP_{t-1}$	$R_t = J_t + A_t$	$P_t = P_{t-1} - A_t$
0	–	–	–	3000.00
1	750,00	377,69	1127,69	2250,00
2	750,00	283,27	1033,27	1500,00
3	750,00	188,85	938,85	750,00
4	750,00	94,42	844,42	0
Total	3000,00	944,24	4500.00	

Agora, usando outro esquema em que a amortização é definida por $\widetilde{A}_t = \frac{R_t}{(1+r)^t}$, *e o saldo devedor por* $\widetilde{P}_t = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} A_j$, *as parcelas são obtidas a partir do SAC da tabela anterior.*

Tabela 4.2: Exemplo de Amortização no SMC

t	Prestação	Amortização	Juros	Saldo Devedor
	R_t	$\widetilde{A}_t = \frac{R_t}{(1+r)^t}$	$\widetilde{J}_t = R_t - \widetilde{A}_t$	$\widetilde{P}_t = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} \widetilde{A}_j$
0	–	–	–	3000.00
1	1127, 69	1001, 50	126, 10	2250, 00
2	1033, 27	815, 11	218, 16	1500, 00
3	938, 85	657, 81	281, 04	750, 00
4	844, 42	525, 49	318, 93	0
Total	4500.00	3000, 00	944, 24	

O exemplo anterior aprofunda a apresentação do capítulo 2, usando como referência o SAC. Mostra que a amortização segundo os princípios econômicos que governam o fluxo de caixa a valor presente não podem ser compatíveis com o SAC[20]. Mostra como a definição do que é amortização e juros é, em certa medida, arbitrária. Uma forma de definir que opção é arbitrária, é responder qual sistema proposto é mais coerente com a realidade observada. Como argumentei anteriormente, o sistema P é uma ficção que supõe o devedor repactuando sua dívida a cada novo período. É, de toda maneira, uma mecânica operacional interessante para obter as parcelas de pagamentos a serem pagas em qualquer sistema de amortização. O sistema $\widetilde{P}$ é o que reflete mais genuinamente o acordo feito entre credor e devedor na contratação, sendo coerente e compatível com a forma adotada de trazer fluxos futuros a valor presente. Por isso, o sistema arbitrário, economicamente incoerente com o acordo firmado, é o sistema P.

A diferença de juros entre o SGA e o SMC é, evidentemente, a diferença de amortização entre esse sistemas[21], já que ambos têm a mesma parcela de pagamento, R_t:

$$J_t - \widetilde{J}_t = \widetilde{A}_t - A_t.$$

Como os juros e amortizações são diferentes em cada sistema de pagamentos, haverá impactos tributários a depender do regime adotado, se de caixa ou de competência, conforme

[20] O SAC seria compatível com juros simples, usando a filosofia de repactuação periódica do saldo devedor.

[21] Analiticamente, a diferença de juros é dada por: $J_t - \widetilde{J}_t = \frac{J_{t+1}}{1+r} - \widetilde{A}_t\left[(1+r)^{t-1} - 1\right]$.

dicutido no capítulo 2.

Nos sistemas em que se adota $J_t = rP_{t-1}$, argumenta-se que não há anatocismo, pois os juros são pagos sobre o saldo devedor. No período seguinte, os juros incorrem sobre o saldo devedor remanescente e não sobre os juros já pagos. Essa interpretação é uma falácia, como demonstra a proposição anterior. Mesmo assim, é usada para "provar"a inexistência de anatocismo. Então, como resolver essa contradição? Uma primeira possibilidade é encontrar um contraexemplo evidente em que isso não é verdade, como sugerido a seguir. No exemplo, propõe-se um empréstimo $P_0 = \$\ 400$, cujas parcelas crescem a juros compostos. Fica evidente, nesse caso a existência de juros sobre juros nas parcelas e que a cobrança dos juros sobre o saldo devedor não impede o anatocismo. Vejamos.

Exemplo 4.2 *Considere o exemplo em que as parcelas claramente embutem juros compostos, crescendo à mesma taxa de juros do empréstimo com* $n = 4, r = 10,00\%$ *e* $P_0 = \$\ 400$.

Tabela 4.3: Exemplo de Amortização com Parcelas Compostas aos Juros Contratuais

t	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
	$R_t = \frac{P}{n}(1+r)^t$	$J_t = rP_{t-1}$	$A_t = R_t - J_t$	$P_t = P_{t-1} - A_t$
0	–	–	–	400,00
1	110,00	40,00	70,00	330,00
2	121,00	33,00	88,00	242,00
3	133,10	24,20	108,90	133,10
4	146,41	13,31	133,10	0,00
Total	510,51	110,51	400,00	

Convém inicialmente perceber que os juros de \$ 40,00 podem ser divididos em duas partes. Numa, \$ 10,00 refere-se aos juros necessários a pagar o primerio quarto da dívida de \$ 400,00. Os restantes \$ 30,00 remuneram os outros 3/4 de dívidas ainda não pagas. E, de fato, se o saldo devedor fosse liquidado no primeiro período, ele seria de \$ 330,00. Nas demais parcelas, o fenômeno fica obscurecido pela mecânica do sistema geral de amortização, porque parte dos juros foram deslocados indevidamente para a amortização. Os juros referentes à segunda parcela podem ser assim divididos: \$ 21,00 são os juros do segundo quarto emprestado, \$ 42,00 são os juros acumulados de metade da dívida ainda a ser paga. O total dá \$ 63,00, mas a tabela anterior aponta \$ 33,00. Isso ocorre porque \$ 30,00 foram supostamente pagos no período anterior. Da mesma forma, os juros referentes à terceira parcela podem ser assim divididos: \$ 33,10 são os juros do terceiro quarto emprestado, outros \$ 33,10 são os juros acumulados do último quarto de dívida ainda a ser paga. O total dá \$ 66,20, mas a tabela anterior aponta \$ 24,20. Isso ocorre porque \$ 42,00 foram supostamente pagos no período anterior.

É indiscutível que há juros sobre juros nas parcelas desse contrato. É indiscutível que os juros são pagos a cada instante de tempo, mas nem por isso as parcelas deixam de ser compostas. Esse argumento mostra que $J_t = rP_{t-1}$ não implica a inexistência de anatocismo. O fato de parecer isso na sistema Francês decorre de uma ilusão por ter parcelas constantes.

Uma segunda solução válida é reconhecer que a definição de juros e amortizações é arbitrária, e nos casos convencionais está equivocada, como argumentado no capítulo 2. Outra solução é entender que o saldo devedor são as amortizações a pagar capitalizadas a juros compostos, como mostra a prova fundamental deste capítulo. Isso significa que se o devedor quiser liquidar sua dívida, ele pagará as amortizações faltantes capitalizadas a juros compostos, evidenciando o anatocismo de sistemas como SAC e Francês. Mais uma vez recorremos a Gomes e Scavone Jr. (2001), que esclarecem que os credores usam um artifício cujo efeito é fazer desaparecer os juros do total da dívida por **cobrá-los antecipadamente** na parcela vencida. Porém, "os juros não são exigíveis mês a mês sobre o débito integral, porque parcelas de capital ainda se vencerão".

4.4 NATUREZA ECONÔMICA DO ANATOCISMO

Uma das funções do banco no sistema econômico é transferir dinheiro de quem tem sobrando, os poupadores, para quem precisa para investir ou consumir, os devedores. Os poupadores são remunerados a juros compostos, por uma questão de arbitragem desses agentes. Conseqüentemente, a capitalização composta é impossível de ser evitada. Esta seção esclarece como isso acontece. Os bancos, portanto, têm que ser remunerados à mesma taxa, sob pena de não conseguirem pagar suas obrigações. Assim, esta seção simula um modelo em que os bancos captam a juros compostos e emprestam a juros simples. Mostra-se quanto tempo um banco sobreviveria nesse sistema.

As decisões judiciais a esse respeito baseiam-se em entendimentos ou leis que, se aplicadas à risca, podem extinguir o sistema de crédito. Na prática isso não ocorre. As instituições financeiras ignoram a lei, e tomadores de empréstimo não acionam o judiciário. Não obstante, o que acontece é que as taxas de empréstimo embutem os custos de suportar uma ação judicial contestando a forma de capitalização de juros. O legislador erra ao manter uma lei proibindo o anatocismo, pois deveria olhar os dois lados do mercado.

Por que é inescapável ao banco o pagamento de juros sobre juros? A fonte de captação dos bancos é o poupador. Esse agente, ao final de um período de aplicação, pode sacar o principal e os juros auferidos e aplicá-los totalmente noutro banco, auferindo juros sobre os juros. Para evitar a fuga do poupador, o banco inicial não tem outra alternativa senão pagar-lhe juros sobre o novo capital, acrescido de juros. Mesmo que o banco decida não pagar juros compostos ao poupador e, portanto, prefira, perdê-lo, ele receberá o poupador de outro banco que lhe trará o principal mais os juros que recebeu para aplicar. Portanto, é inescapável ao sistema como um todo pagar aos poupadores juros compostos. A figura 4.1 esquematiza a idéia exposta aqui. Nela há dois agentes e dois bancos. Os agentes se revezam na aplicação de cada banco, recebendo de um e aplicando, a seguir, no outro.

Poder-se-ia argumentar, com propriedade, que o banco sempre pode cobrar uma taxa de juros simples equivalente a de juros compostos, de tal sorte a obter o que recebe ao final do período de empréstimo. O problema, em verdade, começa justamente aí. Se o devedor torna-se inadimplente, o banco terá que ressarcir sua fonte de recursos a juros compostos, mas estará cobrando de seu mutuário juros simples. Assim, ele acabará tendo prejuízos. De toda forma, mais uma vez fica demonstrada que a impossiblidade escapar da situação de pagamentos de juros compostos, como deseja a lei. Essa dinâmica, entretanto, explica a preocupação do legislador estrangeiro em permitir o anatocismo sobre juros vencidos e não pagos, pois é a partir desse ponto que o desequilíbrio se dá.

Para entender melhor esse ponto, considere um modelo dinâmico de receitas e despesas,

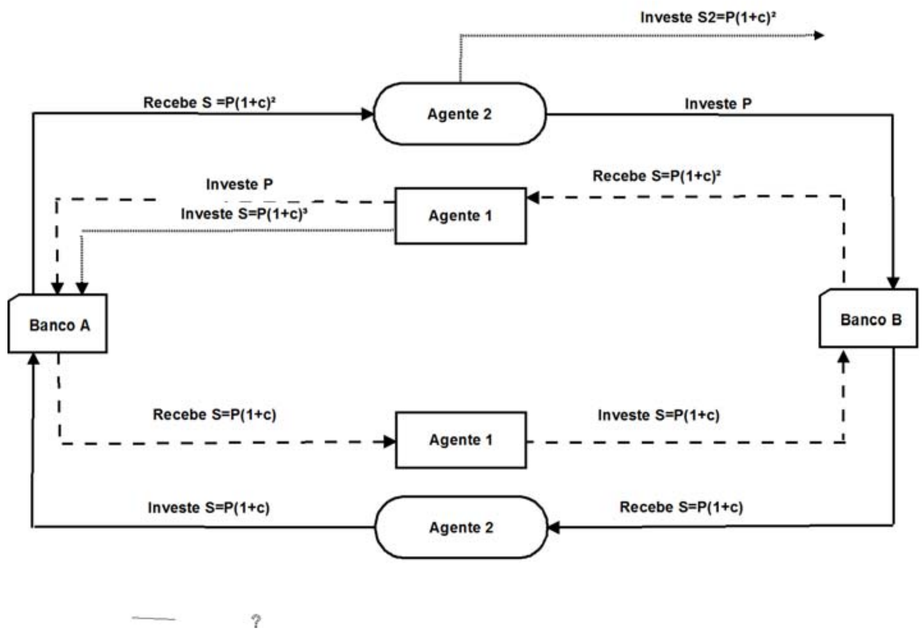

Figura 4.1: Fluxo circular de investimentos

do ponto de vista do banco. Vamos imaginar que o banco capte a juros compostos, c, e faça empréstimos simples a juros simples[22], i. Pode-se encontrar o período n que faz com que essas taxas sejam equivalentes, de forma que as receitas igualam os custos. Note que se ignoram custos administrativos por simplicidade. Como as receitas igualam os custos, podem-se desconsiderar os impostos. Assim, as receitas do banco são dadas por:

$$R_t = P\left(1 + it\right).$$

As despesas do banco são dadas por:

$$D_t = P\left(1 + c\right)^t.$$

[22] Tornar o modelo mais complexo usando vários pagamentos para captação e empréstimos complica demais o modelo, mas não altera os resultados, se lembrarmos que todo empréstimo convencional pode ser decompostos em empréstimos simples. Veja o capítulo 2.

Pode-se desenhar o gráfico de receitas e despesas por unidade de empréstimo como na figura 4.2. A diferença entre as curvas representa o lucro do banco por unidade de empréstimo. A partir do ponto em que as curvas se cruzam, o banco passa a ter prejuízo. O prejuízo do banco, convém notar, cresce de forma exponencial.

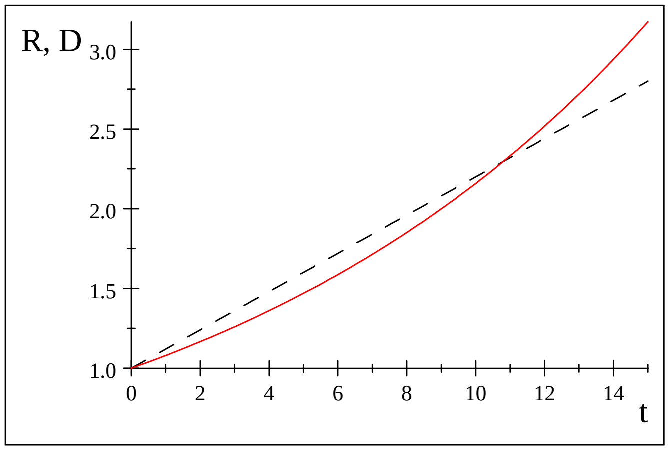

Figura 4.2: Receitas, R/P_0, e despesas, D/P_0, por unidade emprestada do banco para $c = 8\%$ e $r = 10\%$.

É possível verificar por essa figura que o problema do credor ocorre apenas quando há inadimplência, quando seu lucro passa a ser prejuízo. De fato, o lucro do banco em cada instante de tempo é dado por:

$$\Pi_t = R_t - D_t = P\left[(1 + it) - (1 + c)^t\right].$$

Se o lucro é zero, o que equivale ao cruzamento das curvas da figura 4.2, as taxas são equivalentes e vale a seguinte equação:

$$(1 + in) = (1 + c)^n \tag{4.4}$$

Essa equação só pode ser resolvida por métodos numéricos, pois é impossível isolar n. A figura 4.3 simula alguns cenários para a razão $\frac{\Pi_t}{P}$ considerando com várias taxas de empréstimo e de captação, isto é, a taxa de lucro para vários prazos, considerando captação a juros compostos e empréstimos a juros simples. Quando o lucro é nulo, os gráficos cruzam o eixo das abscissas. Isso representa o prazo máximo que um banco pode conceder empréstimo sem ter prejuízo, presumindo que as taxas de captação e empréstimo são obtidas em mercados concorrenciais.

Por outro lado, a magnitude das taxas de captação e empréstimo, c e i, não têm exatamente correspondência com a realidade. São ficções que servem à ilustração da idéia principal de mostrar que um regime em que o banco paga juros compostos, mas cobra juros simples, é insustentável. A simplificação é grande, mas enfatiza a idéia principal perfeitamente. A figura permitirá responder, inicialmente, a seguinte pergunta: dadas as taxas de captação e de empréstimo definidas em mercado, qual o prazo máximo que o banco poderá emprestar sem ter prejuízo? Mais adiante, usa-se esse modelo para responder outra pergunta, a saber, por quanto tempo esse regime é sustentável?

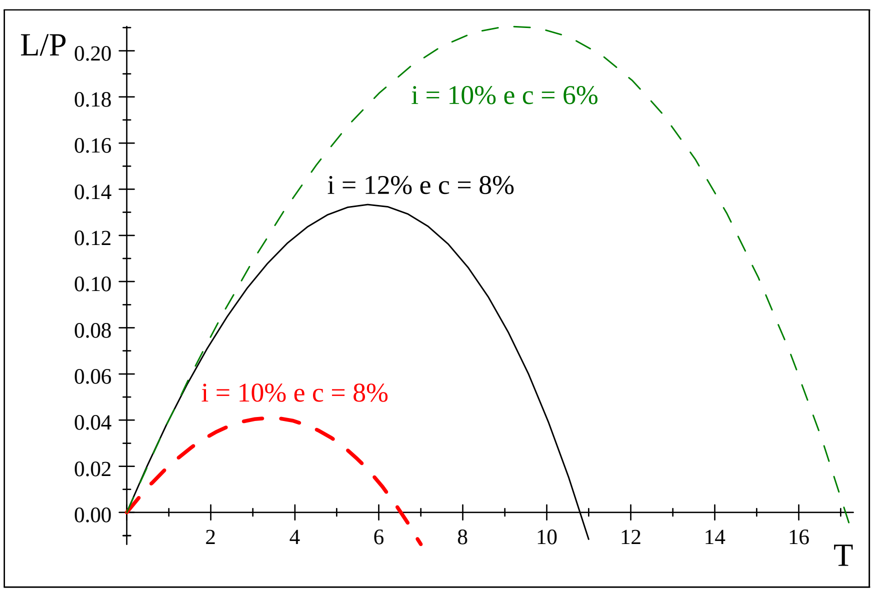

Figura 4.3: Taxa de lucro (em relação ao empréstimo) do banco em vários cenários

Analisando a figura, verifica-se, obviamente, que ao mesmo custo de captação, taxas de juros maiores levam a lucros maiores, podendo-se emprestar por prazos maiores também. Por exemplo, o lucro torna-se nulo no período $t = 10.8$, para $i = 12\%$ e $c = 8\%$. Há mais impacto quando o *spread* é maior, conforme se verifica no gráfico mais ao norte comparado com o gráfico mais ao sul. As taxas de empréstimo são as mesmas, mas o custo de captação difere. O prazo de pagamento pode ser consideravelmente ampliado a uma mesma taxa de juros.

Em tese, o banco pode usar os lucros acumulados para saldar prejuízos, embora seja indesejável, pois implica na falência da instituição. Por conseguinte, pode-se pensar num exercício simples em que o banco aproveita os lucros acumulados para saldar seus prejuízos. Nesse sentido, pode-se procurar calcular por quanto tempo o banco sobrevive usando esses lucros.

Para responder essa questão, considere uma instituição que concede $n + x$ empréstimos à mesma taxa. O prazo máximo de vencimento desses empréstimos é n, tal que n satisfaz a equação 4.4. Empréstimos acima do prazo n resultam em prejuízo segundo mostra a figura 4.2, de modo que o banco está limitado a esse prazo máximo, presumindo-se dados c e i.

Imagine que x represente os agentes que vão inadimplir seu contrato de empréstimo e, por isso, vão pagar sua dívida em prazos maiores que n. Para simplificar a análise, imagine que o pagamento é uniformemente distribuído no tempo, de modo que cada devedor paga sua dívida em um prazo diferente. O primeiro em $t = 1$, o segundo em $t = 2$, etc., sendo o último em $t = n + x$. O problema é encontrar x para responder quantos períodos o banco suporta usar seus lucros acumulados para cobrir seus prejuízos acumulados. Para proceder a essa análise, descontam-se os lucros a valor presente até que se igualem aos prejuízos acumulados. Então, considere os lucros trazidos a valor presente por unidade de empréstimo no período $t = 0$:

$$\frac{LVP_0}{P_0} = \sum_{t=1}^{T} \frac{\left[(1 + it) - (1 + c)^t\right]}{(1 + c)^t} = \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1 + c)^t} + i \sum_{t=1}^{T} \frac{t}{(1 + c)^t} - \sum_{t=1}^{T} 1,$$

em que $T = n + x$

A primeira parcela da última igualdade é uma progressão geométrica cujo resultado é conhecido[23]. A última parcela é simplesmente T. A parcela do meio é uma progressão aritmética misturada com uma progressão geométrica. É disso que se trata a seguir:

$$S = \sum_{t=1}^{T} \frac{t}{(1+c)^t} = \frac{1}{(1+c)} + \frac{2}{(1+c)^2} + \cdots + \frac{T}{(1+c)^T}.$$

Multiplicando S por $\frac{1}{1+c}$, tem-se:

$$\frac{S}{1+c} = \frac{1}{(1+c)^2} + \frac{2}{(1+c)^3} + \cdots + \frac{T}{(1+c)^{T+1}}.$$

Subtraindo esta equação da anterior temos:

$$\begin{aligned} S - \frac{S}{1+c} &= \frac{1}{1+c} + \frac{1}{(1+c)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+c)^T} - \frac{T}{(1+c)^{T+1}} = \\ \frac{Sc}{1+c} &= \left[\frac{(1+c)^T - 1}{(1+c)^T c}\right] - \frac{T}{(1+c)^{T+1}} \Longrightarrow \\ S &= \frac{1}{c}\left\{(1+c)\left[\frac{(1+c)^T - 1}{c}\right] - T\right\} \frac{1}{(1+c)^T}. \end{aligned}$$

Portanto:

$$L \equiv \frac{LVP_0}{P_0} = \left[\frac{(1+c)^T - 1}{c\,(1+c)^T}\right] + \frac{i}{c\,(1+c)^T}\left\{(1+c)\left[\frac{(1+c)^T - 1}{c}\right] - T\right\} - T.$$

Ocorre que o banco pode repetir a operação em $t = 1, t = 2, \ldots$ e assim por diante infinitamente. Então, poder-se-ia imaginar que a instituição poderia manter-se indefinidamente. Entretanto, se a instituição sabe que o valor presente de seus lucros futuros é nulo, não há razão para repetir a operação indefinidamente. Parece lógico que ela sairia do negócio a menos que tivesse meios de cobrar juros sobre juros ou pudesse burlar a legislação a seu

[23] A soma dos termos da PG é dada por:

$$S = a_1 \times \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)} \text{ tal que } q \neq 1,$$

em que a_1 é o termos inicial e q é a razão.

favor.

A figura 4.4 mostra os lucros e prejuízos acumulados trazidos a valor presente para vários cenários de juros e custo de captação com distribuição uniforme de pagamentos ao longo do tempo.

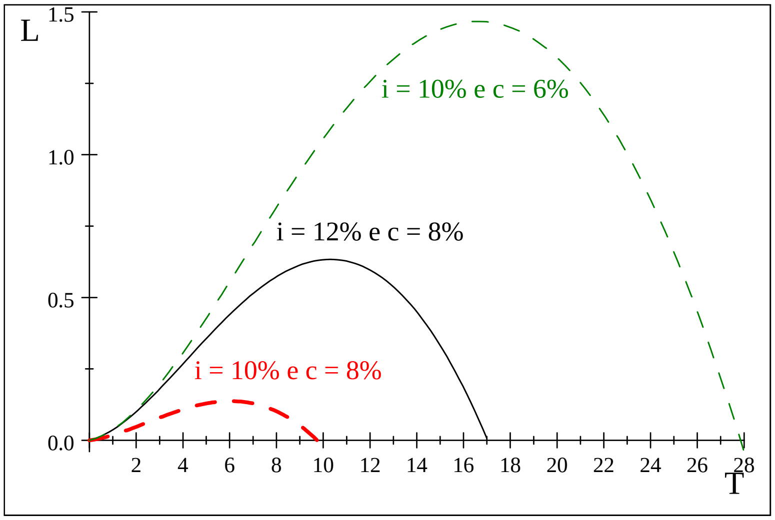

Figura 4.4: Lucros acumulados (em relação ao empréstimo) trazidos a valor presente para várias taxas de captação e juros.

Para achar x, é preciso comparar as figuras 4.3 e 4.4. Esta figura mostra o prazo máximo, n, para não ter prejuízos em cada conjunto de empréstimo feitos nas infinitas datas $t = 0, 1, 2, \ldots$ Aquela, mostra o prazo máximo que o banco suporta o negócio acumulando prejuízos que são compensados pelos lucros do passado em cada dia. A tabela 4.4 permite uma visualização clara dos resultados:

Tabela 4.4: Tempo para que os lucros acumulados se exauram compensando prejuízos acumulados em valor presente

Prazos em Períodos				
i	c	$\simeq n$	$\simeq x$	$\simeq T = n + x$
10%	6%	17	11	28
10%	8%	6,5	3,5	10
12%	8%	11	6	17

O símbolo antes de n, x e T indica valor aproximado.

Observe, inicialmente, que o período x para ocorrer a falência é sempre menor que o período n usado para acumulação. Isso decorre do caráter exponencial da capitalização de juros do lado do poupador, que o banco é obrigado a remunerar. Por exemplo, considere a situação em que a taxa de captação é 8% e a de empréstimo, 12%. Nesse caso, o banco pode usar os lucros acumulados durante 6 períodos antes de falir.

Deve-se notar que implicitamente assume-se que os lucros obtidos nos empréstimo são capitalizados ao custo oportunidade, o que, evidentemente não é verdade. Normalmente, o banco usaria esses lucros para conceder novos empréstimos. De modo que os resultados obtidos estão superestimados. Em verdade, o banco iria à falência em bem menos tempo do que o calculado.

Os resultados apresentados são ilustrativos sobre os efeitos do descompasso de capitalização de juros. É fato que o banco não conseguiria captar a taxa de juros simples, portanto é fato que a inadimplência pode levá-lo à falência em razão desse descompasso. Os prazos colocados, em verdade, seriam ainda menores, pois houve desconsideração de outros custos que os bancos incorrem como impostos e despesas administrativas, os quais reduzem os lucros do banco.

4.5 BEM ESTAR E ANATOCISMO

No caso concreto, a proibição de anatocismo prejudica devedores e credores. É indubitável que o credor tomará medidas para se proteger da impossibilidade de cobrar juros sobre juros. Há várias providências que pode tomar. Uma forma usual é o anúncio do preço total de um bem, em que se somam nominalmente as parcelas desse bem. No anúncio diz-se que o bem não tem juros. O consumidor pede descontos para pagar à vista, evidenciando os juros embutidos naquele bem.

Há o caso em que se ouve que o preço à vista é igual ao preço a prazo, em evidente contradição com a lógica econômica. Com isso, o vendedor tem lucro financeiro via juros, mas o consumidor não pode alegar a existência de juros sobre juros, afinal o bem a prazo e à vista tem o mesmo preço.

São artifícios que o vendedor usa que mais o beneficia do que prejudica. Mais uma vez, em função da proibição do anatocismo.

Há outro efeito mais deletério que esses, nas transações com imóveis entre construtoras e compradores. As construtoras praticam o mesmo que os vendedores de eletrodomésticos de varejo, anunciando o preço total do imóvel como sendo as soma nominal das parcelas em se embutem juros. Devidem esse preço em inúmeros pagamentos, sem juros. O efeito ruim para o devedor é o seguinte: se o devedor resolver saldar a dívida antes do prazo final, em princípio não haverá desconto com respeito às parcelas futuras, de modo que o valor nominal inteiro será pago, mesmo que o bem valha até muito menos do que o somatórias das parcelas devedoras. Isso acontece porque as parcelas futuras não são devidamente descontadas. Nesse caso, o devedor fica preso ao empréstimo, pagando juros que não deseja ou antecipa a liqüidação de sua dívida a um preço em que há juros. Na prática, talvez, a construtora possa dar um desconto equivalente a parte dos juros embutidos nas parcelas nominalmente somadas ainda a vencer, mas não deixa de ser uma forma de burlar a probição do anatocismo.

Ora, se a proibição não existisse, os juros seriam explícitos, beneficiando o comprador. Se a proibição não existisse, os juros poderiam ser menores, pois não precisariam cobrir o risco de o devedor acionar o credor na justiça contra essa prática. Se a proibição não existisse, os juros poderiam ser menores e mais negócios poderiam ser feitos, beneficiando uma classe ainda maior de compradores.

A proibição do anatocismo, portanto, tem a "boa"intenção de proibir a usura. Acaba proibindo o consumo de uma parte dos consumidores e, por isso, acaba sendo ineficiente e reduz o bem estar da sociedade.

4.6 CONCLUSÃO

Este capítulo fez uma rápida e concisa revisão da legislação nacional e internacional referente à regulamentação da cobrança de juros sobre juros, também conhecida como anatocismo.

A primeira contribuição do capítulo foi mostrar que os sistemas de amortização que obtêm os juros a partir do saldo devedor do período anterior multiplicado pela taxa de juros cobram juros sobre juros, incluindo o sistema Francês, o SAC e outros que se possam imaginar. A estratégia foi usar o sistema de múltiplos contratos apresentados no capítulo 2 e generalizados neste capítulo. Com isso, pretende-se estabelecer um marco com respeito à polêmica que circunda o tema do anatocismo.

A segunda contribuição do anatocismo, bem menos controversa entre economistas, mas aparentemente inexistente no Direito, foi apresentar um modelo de intermediação financeira bastante simples, ilustrando os efeitos deletérios que podem existir pelo desequilíbrio entre modo de tomar emprestado e emprestar. Uma instituição financeira não escapa de tomar emprestada a juros compostos. Logo, se emprestar a juros simples e deparar-se com inadimplência poderá vir a falir, colapsando o sistema de crédito.

Acredito que o problema da lei proibindo o anatocismo seja a incapacidade do legislador de olhar o lado da oferta de crédito. Ele se limita a olhar apenas o lado da demanda e tentar, assim, protegê-la.

Na discussão final, argumento que a proibição do anatocismo cumulada com a incerteza jurídica sobre as decisões dos tribunais têm o efeito de tornar os empréstimos mais caros para as camadas da população que mais precisam de crédito. Além disso, incentivam ações por parte dos credores no sentido sentido de dissimular a cobrança de juros em seus empréstimos, dando vida a uma hipocrisia absurda e ridícula, cuja síntese é o anúncio de vendas a prazo sem juros.

Claramente, a opção de não proibir o anatocismo aumentaria o bem estar da população em geral, pois os juros cobrados seriam reduzidos e quantidade emprestada de equilíbrio tenderia a aumentar, beneficiando credores e devedores.

5 CONCLUSÃO FINAL

O capítulo 2 levantou dois pontos. Primeiro, mostrou que a composição de juros e amortização do sistema Francês é arbitrário, pois é possível reproduzir o mesmo fluxo de caixa de empréstimo por outro método e, dessa forma, a composição de juros a amortização de cada parcela se altera. Esse método é interessante por essa razão e porque dá causa a uma redução de taxa de de juros pela mera alteração do regime de tributação de competência para caixa. O método para chegar às conclusões do capítulo é interessante em outras aplicações, como feita no capítulo 4.

O capítulo 3 tem duas contribuições complementares. Primeiro, sugere uma forma geral de montar sistemas de amortização, sobretudo porque mostra que as amortizações desse sistema podem ser quaisquer. Segundo, propõe uma metodologia de otimização que permite criar um sistema de amortização consistente otimizando a relação retorno-risco dos lucros e receitas brutas a receber. Com isso, é possível imaginar sequências de pagamentos que sejam mais adequadas ao credor e, eventualmente, mais alinhadas com o ciclo de vida ou de negócios do devedor. Para isso, introduz com ingrediente uma taxa de inadimplência, discutivelmente igual para todo pagamento.

O capítulo 4 funde as idéias dos dois capítulos anteriores para mostrar que qualquer sistema de amortização governado pela regra em que os juros de um período são o produto da taxa pelo saldo devedor do período anterior é um sistema que contém juros sobre juros, também conhecido por anatocismo. Este tema é importante razão de disputa judicial por duas razões. Primeiro, porque as leis são contraditórias ora o proibindo, ora o permitindo de forma restrita. Segundo, porque os economistas têm dificuldades de perceber a mecânica matemática e o significado econômico da regra de juros que as tabelas de amortização contêm e, por isso, não têm consenso entre si sobre a questão do anatocismo. O capítulo prossegue mostrando que o fenômeno em consideração é impossível de ser proibido, já que os poupadores, num processo de arbitragem, sempre são remunerados a juros compostos. Portanto, os bancos não podem cobrar juros simples, sob pena de colapsar o sistema de crédito da economia. O capítulo, finalmente, argumenta que a incerteza jurídica que o tema enseja resulta numa taxa de juros de equilíbrio mais alta do que existiria se a questão fosse definitivamente saneada.

Esta tese sugere formas teóricas de reduzir os juros cobrados em empréstimos e ampliar o crédito aos consumidores. Primeiro, alterando a cobrança de juros do regime de competência para o regime de caixa, segundo oferecendo esquemas de amortização coerentes com ciclo de vidas ou negócios de um agente, e terceiro reduzindo a incerteza jurídica com respeito à proibição do anatocismo.

Há várias extensões e refinamentos possíveis a este trabalho. Foram devidamente apontados nos capítulos respectivos. Entretanto, não deverão causar mudanças qualitativas nos resultados, apenas as magnitudes dos números serão mais bem calibradas.

Vários mercados podem-se beneficiar das idéias expostas aqui, notadamente os mercados de crédito imobiliário e de crédito de varejo. Em particular, a tese se preocupou em esclarecer as hipóteses econômicas e matemáticas dos sistemas de amortização, com o fito de contribuir com o debate judicial sobre a questão de anatocismo. A metodologida de formação de sistemas de amortização e o modelo em que há inadimplência podem ser usados para diferenciar produtos de crédito a serem oferecidos aos devedores.

Referências

[1] ALEXY, Robert. **Teoria de los Derechos Fundamentales**. Madrid: Centro de Estudios Constitucionales, 1993.

[2] AQUINO FILHO, Luiz G. J. Tabela Price e a Prática do Anatocismo. Obtido via internet em 21/06/2012.

[3] ÁVILA, Humberto Bergmann. A Distinção entre Princípios e Regras e a Redefinição do Dever de Proporcionalidade. **Revista de Direito Administrativo**, n.º 215, p. 151-79, jan./mar. 1999.

[4] ______. **Teoria dos Princípios – Da Definição à Aplicação dos Princípios Jurídicos**. São Paulo: Malheiros, 2003.

[5] AYRES JR, Frank. **Matemática Financeira. Resumo da Teoria, 500 problemas resolvidos**. São Paulo: McGraw–Hill, 1981.

[6] BERCOVICI, Gilberto. **Constituição Econômica e Desenvolvimento**. São Paulo: Malheiros, 2004.

[7] BRASIL. **Código Comercial**. Lei n. 556, de 25 de Junho de 1850. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L0556-1850.htm>. Acesso em: 23 ago. 2010.

[8] BRASIL. **Código Civil de 1916**. Lei n. 3.071, de 1º de Janeiro de 1916. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L3071.htm>. Acesso em: 23 ago. 2010.

[9] BRASIL. **Lei da Usura**. Decreto n. 22.626, de 7 de Abril de 1933. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/D22626.htm>. Acesso em: 23 ago. 2010.

[10] BRASIL. Decreto-Lei n. 182, de 5 de Janeiro de 1938. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Decreto-Lei/1937-1946/Del0182.htm>. Acesso em: 23 ago. 2010.

[11] BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituiçao.htm>. Acesso em: 23 ago. 2010.

[12] BRASIL. Medida Provisória n. 2.170, de 23 de Agosto de 2001. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/MPV/2170-36.htm>. Acesso em: 23 ago. 2010.

[13] BRASIL. **Código Civil de 2002**. Lei n. 10.406, de 10 de Janeiro de 2002. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/2002/L10406.htm. Acesso em: 23 ago. 2010.

[14] BRASIL. Superior Tribunal de Justiça. Súmula n.º 283, de 2004. Disponível em: http://www.stj.jus.br/SCON/sumulas/doc.jsp? processo=283&&b=SUMU&p=true&t=&l=10&i=1. Acesso em: 23 ago. 2010.

[15] BRASIL. Supremo Tribunal Federal. Súmula n.º 121, de 1963. Disponível em: <http://www.stf.jus.br/portal/jurisprudencia/listarJurisprudencia.asp?s1=121.NUME. NAO S.FLSV.&base=baseSumulas>. Acesso em: 23 ago. 2010.

[16] BRASIL. Supremo Tribunal Federal. Súmula n.º 596, de 1976. Disponível em: <http://www.stf.jus.br/portal/jurisprudencia/listarJurisprudencia.asp?s1=596.NUME. NAO S.FLSV.&base=baseSumulas>. Acesso em: 23 ago. 2010.

[17] BRASIL. Superior Tribunal de Justiça. Agravo Regimental no Recurso Especial n. 933.928 – RS. Segunda Turma. Rel. Ministro Herman Benjamin. J. em: 23/02/2010. Disponível em: https://ww2.stj.jus.br/revistaeletronica/

Abre_Documento.asp?sSeq=946206&sReg=200700596975&sData=20100304&formato=PDF>. Acesso em: 23 ago. 2010.

[18] CAMPBELL, John Y. & CUOCO, João F. Household Risk Managemente and Optimal Mortgage Choice. NBER WP 9759, 2003.

[19] CHAVES, Oziel. Há anatocismo na Tabela Price? **Jus Navigandi**, Teresina, ano 5, n.º 46, 1 out. 2000 . Disponível em: <http://jus.com.br/revista/texto/737>. Acesso em: 20 jun. 2012.

[20] CAMPOS, Diogo P. L. **Anatocismo: Regras e Usos Particulares do Comércio.** Beja: Instituto Politécnico de Beja, 1988. Disponível em http://www.estig.ipbeja.pt/~ac_direito/LCampos88.pdf; acessado em 20/06/2012.

[21] **PRONUNCIAMENTO Técnico CPC 08 (R1)**. Brasília: Comitê de Pronunciamentos Contábeis, 2010.

[22] COCHRANE, John H. **Asset Pricing.** Princeton: Princeton, 2002.

[23] DINIZ, Maria Helena. **Curso de Direito Civil Brasileiro** – Teoria Geral do Direito Civil, 20 ed., v. 1. São Paulo: Saraiva, 2003a.

[24] ______. **Curso de Direito Civil Brasileiro – Teoria Geral das Obrigações**, 18 ed., v. 2. São Paulo: Saraiva, 2003b.

[25] ______. **Curso de Direito Civil Brasileiro – Responsabilidade Civil**. 19 ed., v. 7. São Paulo: Saraiva, 2005.

[26] ______. **Curso de Direito Civil Brasileiro – Teoria Geral das Obrigações**. 22 ed., v. 2. São Paulo: Saraiva, 2007.

[27] DE-LOSSO, Rodrigo, RANGEL, Armênio S. & SANTOS, José C. S. **Matemática Financeira Moderna**. São Paulo: Cengage, 2011.

[28] DE FARO, Clóvis. **Princípios e Aplicação do Cálculo Financeiro**. 2.ª ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos:, 1995.

[29] ELOY, Claudia M. M., PAIVA, Henrique B. **Os sistemas de amortização e o conceito de capitalização de juros nos financiamentos imobiliários: A experiência brasileira e o modelo internacional**. São Paulo: Abecip, 2010.

[30] FARIA, José Henrique. **Economia Política do Poder – Uma Crítica da Teoria Geral da Administração**. v. II, Curitiba: Juruá, 2004.

[31] FERRAZ JR., Tercio S..\ **Introdução ao Estudo do Direito – Técnica, Decisão e Dominação**, 3 ed. São Paulo: Atlas, 2001.

[32] ______. Ordem e Desordem. **Revista do Advogado**, São Paulo, v. 22, n. 67, p. 33-5, ago. 2002.

[33] FREITAS, Newton. Tabela Price e Capitalização de Juros. http://www.newton.freitas.nom.br/artigos.asp?cod=38, acesso em 21/06/2012.

[34] GOMES, Pedro Afonso; SCAVONE JÚNIOR, Luiz Antonio. A tabela Price é ilegal? **Jus Navigandi,** Teresina, ano 6, n.º 49, 1 fev. 2001. Disponível em: <http://jus.com.br/revista/texto/736>. Acesso em: 3 jan. 2012.

[35] HABERMAS, Jürgen. **Arquitetura Moderna e Pós-Moderna**. Novos Estudos CEBRAP, São Paulo, n. 18, p. 115-24, set. 1987.

[36] ______. Modernidade – Um Projeto Inacabado. In: ARANTES, Otilia F.; ARANTES, Paulo E. (Org.). **Um Ponto Cego no Projeto Moderno de Jurgen Habermas**. São Paulo: Brasiliense, 1992.

[37] HAZZAN, Samuel; POMPEO, José Nicolau. **Matemática Financeira**, 5.ª ed. São Paulo: Saraiva, 2005.

[38] HAZZAN, Samuel; POMPEO, José Nicolau. **Matemática Financeira**, 4.ª ed. São Paulo: Atual, 1993.

[39] HULL, John C. **Options, Futures, and Other Derivatives**, 3.ª ed. Upper Saddle River: Prenctice Hall, 1997.

[40] JORDÃO, Claudinê. Em Defesa da Cobrança de Juros sobre Juros. **Revista de Direito Bancário, do Mercado de Capitais e da Arbitragem**. São Paulo, v. 3, n. 10, p. 243-5, out./dez. 2000.

[41] LOPEZ, Teresa Ancona. Das Várias Espécies de Contratos. In: AZEVEDO, Antônio Junqueira de (Coord.). **Comentários ao Código Civil**, v. 7. São Paulo: Saraiva, 2003.

[42] MARANGONI, Deraldo D. A Tabela Price e a Capitalização de Juros. Obtido via internet em 21/06/2012.

[43] MELO, Gilberto S. Tabela Price: Juros simples ou compostos?. http://gilbertomelo.com.br/tabela-price/artigo, acesso em 21/06/2012.

[44] MONTEIRO, Washington de Barros. **Curso de Direito Civil – Direito das coesgações**, 3 ed. v. 5. P. 2. São Paulo: Saraiva, 2003.

[45] MOURA, Carlos Alberto Ribeiro. Husserl: Significações e Fenômenos. In: PRADO JR., Bento (Org.). **Ciclo de Palestras sobre Subjetividade e Linguagem**. V. 1. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2007. 1:31:05.

[46] MOTTA, João A. C. Juros sobre Juros: A vedação legal e a "Tabela Price". http://jacmlaw.com/wp-content/uploads/2012/DOC/45-juros_sobre_juros_ea_tabela_price.pdf, consultado em 21/06/2012.

[47] MÜNCH, Richard. A Teoria Parsoniana Hoje: A Busca de uma Nova Síntese. In: GIDDENS, Anthony; TURNER, Jonathan. (Orgs.). **Teoria Social Hoje**. São Paulo: UNESP, 1996.

[48] NERY JR., Nelson; NERY, Rosa Maria Barreto Borriello de Andrade. **Código Civil Comentado,** 7 ed. São Paulo: Revista dos Tribunais, 2009.

[49] PEREIRA, Caio Mário da Silva. **Instituições de Direito Civil – Teoria Geral das Obrigações**, 20 ed. v. II. Rio de Janeiro: Forense, 2005.

[50] ______. **Instituições de Direito Civil – Contratos,** 13 ed. v. III. Rio de Janeiro: Forense, 2009.

[51] REZENDE, Teotônio. **Os Sistemas de Amortização nas Operações de Crédito Imobiliário: A Falácia da Capitalização de Juros e da Inversão do Momento de Deduzir a Quota de Amortização**. (Dissertação de Mestrado). Instituto de Ciências Humanas e Sociais, UFRRJ. 2003. 151p.

[52] RANGEL, Armênio S., SANTOS, José C. S. & BUENO, Rodrigo D. L. S. **Matemática dos Mercados Financeiros**. São Paulo: Atlas, 2003.

[53] ROSENVALD Nelson. Das Várias Espécies de Contrato. In: PELUSO, Antônio C. (Coord.). **Código Civil Comentado**. Barueri: Manole, 2007.

[54] SILVA, Virgílio A. O Proporcional e o Razoável. **Revista dos Tribunais**, n. 798, p. 23-50, 2002.

[55] ______. Princípios e Regras: Mitos e Equívocos acerca de uma Distinção. **Revista Latino-Americana de Estudos Constitucionais**, n.º 1, p.p. 607-30, 2003.

[56] TELES, Luiz. D. A **Tabela Price e a Prática do Anatocismo**. 2002. Obtido via internet em 21/06/2012.

[57] TUCKMAN, Bruce. **Fixed Income Securities. Tools for Today's Markets**. New York: John Wiley & Sons, 1995.

[58] THUESEN, G. J.; FABRYCKY, W. J. **Engineering Economy**. 8.ª ed. New Jersey: Prentice Hall, 1993.

[59] VIEIRA SOBRINHO, José D. **Matemática Financeira**. 6.ª ed. São Paulo: Atlas, 1997.

[60] VIEIRA SOBRINHO, José D. A Capitalização dos Juros e o Conceito de Anatocismo. Obtido via internet, sindecon, consultado em 21/06/2012.

[61] VIEIRA SOBRINHO, José D.:

http://www.professordutra.com.br/blog/?p=394&cpage=1#comment-4321, 2009, acessado em 06/01/2012.

[62] ZIMA, Petr; BROWN, Robert. **Mathematics of Finance**. 2.ª ed. New York: McGraw–Hill, 1996.

Índice Remissivo